LECTURE-ÉCRITURE DES NOMBRES CHEZ LES ÉLÈVES DE 1P

El Hadi SAADA

Novembre 2003

Service de la Recherche en Education

12, Quai du Rhône

1205 Genève

☎ (++41) 022 327 57 11

🗐 (++41) 022 327 57 18

Compléments d'information : El Hadi SAADA
Tél. (++41) 022 327 74 26
elhadi.saada@etat.ge.ch

Responsable de l'édition : Narain JAGASIA
Tél. (++41) 022 327 74 28
narain.jagasia@etat.ge.ch

Web : http://www.geneve.ch/sred

Diffusion : SRED
12, Quai du Rhône
1205 Genève – Suisse

Tél. (++41) 022 327 57 11
Fax (++41) 022 327 57 18

Remerciements

La forme finale de ce texte fait suite à la lecture critique de collègues que nous tenons à remercier très vivement ; nous pensons particulièrement à Jean Brun, François Conne, Sylvain Dionnet, Rémy Droz, Jean-Jacques Ducret, Christian Nidegger, Georgette Pugin, Anne Soussi et Norbert Steffen.

Nous remercions également les collègues qui ont participé au recueil des données traitées dans cette étude : Laïla Achkar de Gottrau, Shams Ahrenbeck, Jean-Jacques Ducret, Ninon Guignard, Jean-Marc Jaeggi, Narain Jagasia, Verena Jendoubi, Jacqueline Lurin, Christian Nidegger et Anne Soussi.

Table des matières

Introduction

Dans le cadre des travaux sur l'évaluation des compétences des élèves, le Service de la recherche en éducation de Genève (SRED) a entrepris une recherche qui a porté sur deux domaines de compétence, les activités langagières et le raisonnement logico-mathématique. Ce dernier domaine a particulièrement retenu notre attention puisque dans ce travail, nous nous sommes intéressés à la représentation écrite des nombres. Il s'agit de la lecture et de l'écriture des nombres auprès des enfants du début de la 1ère primaire (6 ans). Cette étude est centrée principalement sur l'évaluation des compétences initiales des élèves de 1ère primaire.

Plus généralement, lorsqu'on examine les problèmes de l'écriture des nombres, la question de l'appréciation des connaissances initiales des enfants apprentis lecteurs devient un élément important pour envisager les séquences d'apprentissages au cours de l'année scolaire.

La culture de l'écrit

Dans nos sociétés, la lecture et l'écriture font l'objet d'un apprentissage spécifique dès le début du premier cycle de l'école primaire. Néanmoins, bien avant son arrivée à l'école, l'enfant rencontre quotidiennement l'écrit par le biais des médias, des enseignes, des inscriptions figurant sur les produits de consommation. Ces notations et ces inscriptions sont composées de lettres et de chiffres qui renvoient aux codes alphabétique et numérique. En fait, entrer dans la culture de l'écrit exige la découverte et l'appropriation des outils de la lecture et de l'écriture, principalement en effectuant des activités sur le monde des objets qui s'inscrivent dans cette réalité. Par opposition à la culture orale, l'écrit fait l'objet d'un travail exigeant et minutieux d'enseignement et d'apprentissage.

Deux axes permettent de rendre compte des activités d'entrée dans l'écrit. Le premier a trait à la découverte des codes graphiques, durant la pré-scolarité. Avant un apprentissage formel de la lecture, les enfants sont souvent amenés à appréhender progressivement l'écrit en distinguant les différentes formes graphiques de l'environnement (le pictural, le scriptural et le numéral) et en différenciant ainsi les lettres et les chiffres. Le deuxième est lié à la découverte du livre, par lequel l'enfant avec l'adulte va pouvoir, entre autres, définir les fonctions de l'écrit dans les livres en distinguant les formes graphiques, le contenu textuel d'une histoire et son contenu imagé (ou symbolique). Dans cette situation, l'enfant est sollicité à formuler des hypothèses sur chacune des dimensions de l'écrit, ce qui lui permet ensuite de donner du sens à l'apprentissage formel du code alphabétique.

Vers une recherche sur l'entrée dans l'écrit des nombres

Durant ces deux dernières décennies, de nombreux travaux de recherche ont vu le jour sur la problématique de l'entrée dans l'écrit chez le jeune enfant, et plus particulièrement l'écrit alphabétique. En revanche, l'entrée dans l'écrit numérique (ou l'écriture des nombres) n'a pas reçu la même attention.

L'objet de cette recherche porte d'une part sur l'appréciation des acquis en lecture et en écriture des nombres chez les élèves de 6 ans, et d'autre part sur une meilleure compréhension des mécanismes sous-jacents aux acquisitions et au fonctionnement des nombres écrits. Dans ce but, l'analyse des *obstacles cognitifs* rencontrés par l'enfant dans l'élaboration de la suite écrite des nombres constitue un élément essentiel pour comprendre la nature des acquisitions et leur stabilité, mais également les logiques qui guident leur fonctionnement, c'est-à-dire les schèmes numériques organisateurs des représentations écrites.

L'émergence du nombre chez l'enfant trouve sa source dans les activités de quantification. Quantifier, c'est compter et énumérer pour évaluer les quantités. Les activités d'énumération par le comptage des objets reposent sur les procédures de l'itération, sur les relations d'ordre asymétrique (n+1) et sur les relations biunivoques entre le nom d'un nombre et l'objet compté. En outre, l'apprentissage du lexique des noms de nombre se structure dans l'ordre croissant de la suite des nombres. Du point de vue de l'écriture, l'enfant opère une forme d'assimilation réciproque entre les noms de nombre et les entités chiffrées par le contrôle qu'il exerce à travers les procédures de comptages.

En effet, les activités d'énumération de la chaîne numérique par le comptage permettent au sujet de passer progressivement de la numération orale à la numération écrite. Néanmoins, pour l'enfant francophone, la correspondance entre la numération orale et écrite n'est pas une simple « transposition » d'un système (oral) à un autre (écrit), mais bien une reconstruction. Car la numération orale n'est pas additive, elle comporte des zones d'irrégularité où les règles de composition combinent à la fois des relations additives et multiplicatives. De plus, le système n'est additif qu'à partir de dix-sept (10+7 = 17). Faut-il rappeler que la numération orale ne fait pas l'objet d'un enseignement spécifique ? Comme nous allons le constater dans ce travail, la gestion de l'interface entre l'oral et l'écrit pose un certain nombre de problèmes aux enfants et constitue pour eux un obstacle cognitif conséquent.

La lecture et l'écriture

Aborder la lecture et l'écriture des nombres, c'est se poser la question de la stabilité des connaissances acquises, du contrôle des significations, des glissements entre codes graphiques alphabétique et numérique, et enfin de l'orientation et des inversions de l'écrit numérique. Ainsi, l'apprentissage de l'écrit demande la construction d'une représentation selon une série de règles socialement codifiées. On est souvent frappé par l'étonnante *stabilité* de la lecture-compréhension de la suite écrite des nombres dans les premières productions écrites de la chaîne numérique. Ces régularités relèvent en grande partie de la signification qui leur est attribuée par l'élève. Comme nous le verrons plus loin, le principe de la stabilité (ou de l'invariance) de la suite des nombres repose plus particulièrement sur le principe d'une et d'une seule entité numérique dans la suite écrite, ainsi que sur les principes de l'ordre et du sens de l'écriture (de gauche à droite). En compréhension et/ou en production de l'écrit, le *contrôle de signification* de la chaîne numérique s'effectue par le biais de la maîtrise du comptage.

D'autre part, on enseigne le code alphabétique en même temps que le code numérique, en laissant le plus souvent la différenciation des codes à la charge du sujet. La concomitance des apprentissages scolaires engendre de nombreux *glissements,* notamment logographiques, entre les deux codes. Enfin, les problèmes d'*orientation* et d'*inversion* de l'écriture des nombres sont liés à la construction progressive du geste grapho-moteur qui s'ajoute aux constructions du concept numérique occasionnant souvent une surcharge cognitive que l'enfant doit gérer.

Démarche et dispositif d’observation

Cette évaluation a été réalisée auprès de 776 enfants, échantillon représentatif des élèves de la 1ère primaire du canton. Elle s’est déroulée durant l’automne 1995, entre les mois de septembre et novembre. Pour élaborer le dispositif d’évaluation, des sondages préalables ont été effectués afin de vérifier la validité de chaque épreuve auprès des enfants de cet âge. Nous avons élaboré et proposé des tâches à des enfants apprentis lecteurs de 6 ans. La passation des épreuves s’est déroulée sous forme d’entretiens individuels avec chaque enfant. Les mêmes tâches ont été proposées à l’ensemble des enfants interrogés. Par opposition à la passation papier-crayon dans le cadre du groupe classe, les entretiens individuels nous ont permis d’observer les démarches cognitives utilisées par l’enfant pour réaliser les tâches.

Comme nous l’avons déjà signalé, l’appréciation des connaissances porte sur les premières activités de l’écriture des nombres. Les élèves étaient sollicités de lire, d’écrire et de compter la suite des nombres jusqu’à épuisement de leurs connaissances numériques.

Cette étude se présente en quatre parties. La première contient des considérations théoriques abordant le rapport entre numération orale et écrite, entre nombre et chiffre, et enfin le rôle du comptage dans la compréhension et la construction de l’écrit ; la deuxième est consacrée à une épreuve (tâche) de lecture de la suite des nombres et au contrôle que le sujet exerce sur son activité de compréhension ; la troisième aborde le thème de l’écriture des nombres et analyse les procédures d’écriture et l’obstacle constitué par la différence entre le système numérique oral et celui de l’écrit ; la quatrième et dernière partie a trait à l’orientation graphique des chiffres et aux interférences des codes graphiques enseignés à l’école.

Lecture et écriture des nombres : cadre conceptuel

Nombre et numération écrite

A propos du nombre et de sa représentation écrite, Vergnaud (1981, p. 109) établit la distinction suivante : *« Il ne faut pas confondre le nombre et sa représentation écrite : le nombre neuf peut être écrit 9 en écriture arabe, IX en écriture romaine, 21 en base quatre... Ces diverses écritures n'en représentent pas moins le même nombre avec les mêmes propriétés (cardinal des ensembles à neuf éléments, nombre impair, multiple de trois, successeur de huit, etc.). Le nombre est un concept dont il existe plusieurs systèmes d'écritures possibles ».* Cette réflexion nous permet de différencier le nombre avec certaines de ses propriétés d'une part, et ses représentations écrites d'autre part. Selon El Bouazzaoui (1982, p. 14), l'enseignement a longtemps entretenu une sorte de confusion entre nombre et numération : entre l'écriture du nombre et le nombre, les chiffres et les nombres, la désignation d'une collection et celle du nombre. Par exemple, cinq objets peuvent indiquer aussi bien une collection que le nombre 5, ou encore une collection est désignée par le nom de son cardinal. Cette confusion se retrouve dans le discours du maître : « dessine 25 » au lieu de « dessine un ensemble de 25 éléments ».

Activités pré-numériques

Dans le contexte social, l'enfant est très tôt confronté aux activités de « quantification » lui permettant de désigner verbalement la taille des collections d'objets : par exemple, *beaucoup*, *peu* ; en établissant des relations de comparaison, *il y a plus ou moins* ; ou encore, il commencera spontanément à énumérer par la comptine et ensuite à compter et/ou à dénombrer de toutes petites collections d'objets. Ces différentes activités sur le monde des objets lui permettent d'exercer et de consolider ses *schèmes*[1] numériques. Selon Resnick (1989), les premiers schèmes de raisonnement (protoquantitatif) sont le fondement du développement ultérieur de la numération et plus généralement des mathématiques. Ainsi, l'enfant met en œuvre des procédures pré-numériques à la fois en termes d'action (pour quantifier, pour compter, pour dénombrer) et en termes verbaux (pour désigner et pour énumérer) dans le but de quantifier les collections d'objets rencontrés. Ces premières activités de quantification lui permettent déjà d'aborder certaines propriétés du nombre naturel.

Il convient de rappeler à ce propos que la notion de *nombre entier naturel* recouvre deux aspects complémentaires : le *cardinal* reposant sur le principe de l'appariement (au sens de la mise en correspondance terme à terme de deux ou de plusieurs classes) et *l'ordinal* exigeant la succession (au sens de la relation de sériation de la suite des nombres). La compréhension des nombres entiers demande donc une claire représentation du système hiérarchisé des nombres, s'emboîtant successivement les uns dans les autres, et qui fait appel à la fois à la

[1] La notion de schème est définie par M. Saada-Robert & E. Akerman-Valladao (1985, p. 229) dans les termes suivants : *« Le schème d'une action n'est pas l'action elle-même qu'on observe, mais l'organisation qui la dirige, qui permet qu'elle soit reproduite, généralisée à d'autres objets qu'elle peut alors reconnaître, et qu'elle soit coordonnée avec d'autres schèmes d'actions ».*

classe et à la relation d'ordre ((I), (II), (III), (IIII), etc.) dont la fusion se manifeste dans l'opération d'itération du n+1.

Par ailleurs, la notion de nombre implique aussi dans sa définition d'autres notions : la correspondance biunivoque (ou la correspondance terme à terme), la relation d'équivalence, la relation d'ordre et la relation de mesure. Ajoutons avec Vergnaud (1981, p. 83) que les activités de comparaison (*plus que, moins que* ou *égal*) sont à l'origine du développement des notions d'équivalence (qui fonde, en partie, la notion de cardinal) et d'ordre, donnant lieu au fondement de la notion de nombre.

Dans la construction du nombre, les activités numériques de l'enfant sont diverses et d'abord contextuellement ancrées. Elles reposent sur les multiples actions effectuées sur le monde des objets et ce sont précisément ces actions qui lui permettent d'observer et d'abstraire les relations de permanence, de ressemblance et de différence, donnant lieu progressivement aux structures sur lesquelles se fonde la notion de nombre. Comme le souligne Droz (1991, p. 302) : *« Les enfants ne construisent ni une notion du nombre, ni une pratique du nombre, mais des notions et des pratiques multiples des nombres qui s'ignorent et qui se reconnaissent, qui interagissent, qui se chevauchent et qui s'interpénètrent, qui se complètent et qui s'excluent mutuellement. »*

La conservation du nombre

Concernant le développement du concept du nombre, Piaget et Szeminska (1941) voyaient son émergence dans la notion de *conservation* (par exemple, quelle que soit la disposition de deux collections équivalentes d'objets dans l'espace, elles sont reconnues comme équivalentes par l'enfant). C'est essentiellement par cette conservation ou invariance que serait attestée par la construction et l'apparition chez l'enfant d'une nouvelle structure cognitive.

Tout en affirmant que le nombre est conçu comme une fusion des classes et des relations d'ordre (Piaget, 1941), dans les faits, la conception piagétienne va faire passer au second plan le rôle des activités pré-numériques, c'est-à-dire l'énumération verbale (ou la comptine) et le comptage dans l'acquisition du concept du nombre. En négligeant ainsi le rôle des pratiques du comptage, il sous-estimera l'apport fonctionnel des relations ordinales dans la construction du nombre.

Pendant longtemps, la conception piagétienne a réduit l'activité du comptage par énumération orale de la suite des nombres à une simple comptine, ou encore à une connaissance verbale acquise socialement, sans conséquence sur le fondement du concept numérique. Savoir compter en désignant une suite d'objets par les noms de nombres reviendrait simplement à une lecture *perceptive* de configurations d'objets que l'enfant touche du doigt. C'est seulement une fois que le concept du nombre est construit sur un mode opératoire que les activités de comptage et de dénombrement prendraient leur pleine signification numérique et deviendraient un outil de raisonnement logique. Dans une certaine mesure, cette conception du nombre considérait la verbalisation numérique comme « vide de sens » pour l'enfant, car ne reposant pas encore sur les structures logiques, c'est-à-dire les classes et les relations.

Pour Droz (1981, p. 235), les premières activités d'énumération par la comptine et/ou le comptage spontané sont les moyens d'appréhender les activités de quantification : *« Le comptage spontané de l'enfant n'est nullement une récitation liturgique et mécanique d'une sorte de poème appris aveuglément »*. Par exemple, un enfant au stade préopératoire entre 2 et 6 ans *« se sert du comptage comme moyen heuristique ou inductif pour comprendre certaines* *situations ; il s’en sert également comme un moyen démonstratif ou inductif pour argumenter ses convictions et ses connaissances établies* ». Ces activités de comptage exigent du jeune enfant des mises en relations bijectives (entre un nom de nombre et un objet pointé du doigt) et des relations d’ordre successives (un nom de nombre et un seul pour chaque entité comptée dans la suite des nombres). Le système ordinal repose sur la notion de sériation impliquant les relations successives et additives du n+1, c’est-à-dire $1 < 2 < 3 < 4 < 5 <$…, etc. En d’autres termes, énumérer dans l’ordre successif des nombres permet progressivement à l’enfant la constitution de relations d’ordre asymétriques.

Cependant, Piaget ne s’arrête pas spécifiquement au concept et à la genèse du nombre. Même si la question demeure sensible, sa préoccupation scientifique porte davantage sur la modélisation de la *psychogenèse* des structures de l’intelligence, qui vont lui permettre de dégager l’organisation propre à un ensemble de conduites interdépendantes qui caractérisent différentes étapes du développement cognitif. Cette démarche va lui permettre d’analyser, d’une part, la genèse des connaissances (nombre, espace, temps, causalité, etc.) et d’autre part, l’*architecture* générale de la pensée, c’est-à-dire le fonctionnement et la genèse des structures logiques de la naissance à l’âge adulte. Bien que centrée, entre autres, sur le problème de l’invariance des quantités discrètes, la conception piagétienne de la psychogenèse du nombre reste impressionnante par sa cohérence et sa démarche d’investigation ouvrant la voie à de nouveaux champs de recherche sur le terrain du nombre et de la numération.

Depuis la parution de « La genèse du nombre chez l’enfant » (Piaget & Szeminska, 1941), bien des auteurs (Gréco, 1960 ; Droz, 1981 ; Vergnaud, 1981 ; Resnick, 1989 ; Bideau, 1991 ; Fuson, 1991) considèrent que l’origine du nombre est liée aux premières activités de quantification chez l’enfant, c’est-à-dire entre l’âge de 2 et 5-6 ans. Deux décennies après la publication des travaux sur la genèse du nombre chez l’enfant, l’hypothèse essentiellement logique est « réexaminée » dans le cadre du Centre international d’épistémologie génétique (C.I.E.G.). Ainsi, les observations sur les activités de quantification numérique vont retenir l’attention de Piaget dans les années soixante. Les relations de succession numérique, chez le tout jeune enfant, vont donner lieu à des études sur la récurrence. Le Centre d’épistémologie retiendra comme thème central pour l’année 1962/63 l’étude de la formation des raisonnements récurrentiels.

Grâce aux travaux de Gréco (1960) entre autres, le Centre d’épistémologie génétique aura alors comme préoccupation l’émergence des activités *pré-numériques*, avec leurs multiples facettes, contextuelles, culturelles, verbales, dans lesquelles le comptage et le dénombrement vont constituer un pôle d’intérêt scientifique. Dans les années soixante, les travaux de Gréco montrent que, bien avant la conservation des quantités discrètes, les enfants de 4 et 5 ans pratiquent aussi les activités de comptage pour énumérer et cardinaliser les petites collections d’objets. Les enfants savent utiliser le résultat d’un dénombrement pour comparer deux collections distinctes. Ils font usage également des connaissances de la suite apprise des nombres, même si celle-ci n’est pas encore entièrement structurée. Parmi les premiers, Gréco va mettre en évidence l’existence d’un niveau intermédiaire entre la correspondance terme à terme et la conservation des quantités discrètes. Il caractérise les faits numériques observés par le terme de la conservation de la *quotité* : le nombre d’objets comptés (en procédant à la comparaison de deux collections d’objets et en trouvant le cardinal de la collection) se conserve avant la quantité (le dénombrement par le comptage sert à vérifier le nombre d’objets de la collection). Ajoutons également que les enfants de 5 ans sont capables de comprendre que certaines transformations affectent les collections d’objets : ils savent qu’un ajout augmente d'une unité le cardinal d'un ensemble et qu'un retrait diminue le même ensemble.

Gréco (1960, p. 150) percevait déjà toute l'importance du *comptage* et de l'*énumération par la comptine* comme moyens de recherche et de contrôle des activités de quantification, dénombrement, désignation de cardinaux ou encore de comparaison de collections : *« L'enfant peut réciter et peut se représenter en les construisant des collections successives de 1 2 3 ... Pour construire une telle suite, il lui faut utiliser à la fois des relations de succession et des 'opérations' d'itération : après une collection de 4, il faut faire une collection de 5... »*. Ainsi donc, bien avant l'âge de 7-8 ans, l'enfant procède à de nombreuses activités de quantification par le comptage lui permettant d'ordonner, de dénombrer, de composer et de compter dans le but d'explorer les ensembles d'objets à l'aide de la *numération parlée.*

En somme, l'activité d'énumération par le comptage consiste non seulement à réciter une suite numérique, mais également à faire correspondre un nom de nombre à l'objet d'une collection sans tenir compte de sa qualité ou de son identité. Autrement dit, les relations entre les nombres s'appuient sur les relations entre les objets. On peut ainsi noter que l'activité du comptage est l'un des éléments fondateurs du concept du nombre.

Les études interculturelles sur la numération mettent également en évidence l'apport des procédures de comptage et de dénombrement dans l'acquisition des nombres, de la numération et des opérations numériques. Dans son article consacré à l'arithmétique quotidienne et l'arithmétique scolaire, Dasen (1990) cite les travaux et les observations de Posner & Baroody (1979). Ces auteurs montrent que, dans les sociétés à prédominance agraire et orale, l'acquisition du nombre et des opérations numériques est adaptée aux conditions du milieu. Chez les enfants de Dioula (communauté marchande de Côte d'Ivoire), la quantification est très valorisée. Ces enfants utilisent et maîtrisent les nombres et les opérations numériques en pratiquant les procédures de comptage et de dénombrement, ainsi que les règles réitérées de l'addition pour réaliser les multiplications et les divisions, tout en restant sur le plan des nombres entiers naturels.

L'enseignement de la numération

A partir d'une certaine grandeur, il devient difficile pour le sujet de comprendre et d'utiliser les propriétés des nombres sans une représentation numérique adéquate. Or la numération permet à la fois d'anticiper et de planifier la mise en œuvre des nombres en raisonnant sur leurs propriétés et sur leurs écritures. Vergnaud (1981, p. 109) l'explique en ces termes : *« ce serait par exemple une gageure de parler des grands nombres ou des nombres décimaux sans le recours de leur représentation écrite »*. Pour aborder progressivement la complexité des notions mathématiques, l'apprentissage des nombres est inséparable de la numération écrite.

La question de la numération écrite exige la différenciation entre les chiffres et les nombres ; pour Stella Baruk (1992), *« un chiffre est un signe, un dessin, un caractère destiné à l'écriture des nombres, de même que les lettres sont des caractères destinés à l'écriture des mots ».*

Dans le contexte scolaire, l'enseignement de la numération est conçu comme un moyen d'appréhender le concept du nombre. Selon El Bouazzaoui (1982), le rôle de la numération intervient dans la construction des nombres et dans le dénombrement à la fois comme moyen de désigner des nombres, comme moyen pour engendrer N (comparer et ranger les nombres) et comme moyen de les modéliser (de conceptualiser les nombres écrits et leurs propriétés).

La numération offre alors la possibilité de connaître et de traiter les nombres et leurs propriétés au niveau de l'*écriture*, par des procédures formelles, sans avoir recours aux manipulations des collections. En effet, l'acquisition de la numération écrite permet au sujet d'accéder progressivement à la complexité du nombre et de ses propriétés. A l'école, apprendre les nombres, c'est également apprendre l'écriture des nombres.

En fait, l'enseignement de la numération vise, entre autres, à faire acquérir à l'élève les outils de lecture et d'écriture des nombres. L'appropriation de la numération écrite exige de gérer le rapport (ou l'interface) permettant le passage entre le nom des nombres et leur correspondant graphique et vice-versa. Le jeune sujet va exercer sa connaissance des premiers nombres sur les unités de un à neuf, établissant ainsi une relation bijective entre le nom du nombre et le chiffre. Cette démarche relève du *langage des quantités*, selon l'expression de Meljac (1991). L'énumération par le comptage permet à l'enfant le passage de l'oral à l'écrit et de l'écrit à l'oral. Plus généralement, la numération écrite est un outil véhiculant les nombres (au sens des signes et des entités numériques) et les liant dans un rapport étroit entretenu entre le signifiant langagier (au sens des systèmes symboliques) et le signifié mathématique (au sens des concepts et propriétés mathématiques). En outre, la numération écrite, qui repose sur des règles spécifiques aux propriétés des nombres, fournit au sujet un double contrôle : l'un syntaxique (la compréhension des relations d'ordre et la combinatoire des nombres écrits) et l'autre sémantique (la compréhension, le contrôle et la signification des nombres). L'activité écrite constitue donc pour l'enfant l'un des chemins vers la *conceptualisation*[2] du système numérique, un autre chemin étant celui qui est centré sur l'action de mise en collection des objets. Conceptualiser les nombres, c'est, entre autres, se donner les moyens de les *représenter par une écriture* sous forme d'un code symbolique.

Numération orale et écrite

La numération orale présente une double caractéristique : la première est liée à la particularité de la langue parlée et aux conditions du milieu socioculturel de l'enfant ; la deuxième est liée à son émergence précoce chez le jeune enfant (précocité qui peut s'observer à travers les premières procédures de quantification par le comptage : « 1 2 3... beaucoup »). Les observations des activités de quantification réalisées par Droz (1991, p. 296) illustrent bien cette émergence et l'exploration précoce chez les enfants à partir de deux ans. Par exemple, l'enfant compte quatre boutons, et dit *« 1 2 bou-ton »* ; voulant compter quatre chevaux, il dit *« 1 2 che-val »*. Il compte même jusqu'à cinq : *« 1 2 3 ... 1-2 »*. Dans ces conduites, l'enfant

[2] Les études piagétiennes sur le thème du passage de l'action à la compréhension permettent de saisir la portée de cette notion de conceptualisation. Pour Piaget (1974, p. 237), *« réussir, c'est comprendre en action une situation donnée à un degré suffisant pour atteindre les buts proposés, et comprendre c'est réussir à dominer en pensée les mêmes situations jusqu'à pouvoir résoudre les problèmes qu'elles posent quant au pourquoi et au comment des liaisons constatées et par ailleurs les utiliser dans l'action »*. La conceptualisation consiste chez l'élève en un passage de l'action matérielle à la représentation symbolique de cette action. Mais ce passage exige du sujet une réélaboration du plan des actions au plan de la représentation symbolique et écrite : ce n'est donc pas une simple association de l'action à la représentation. Selon Piaget, elle est motivée par *« le caractère inévitable du besoin d'explication causale »* (1974, p. 238). Sur le plan de l'apprentissage numérique, elle permet le passage du plan de la manipulation en actions (les différentes actions coordonnées pour réaliser une opération logico-mathématique) au plan de la représentation écrite (ces actions et cette opération doivent être traduites par le sujet sur le plan de la formulation graphique) : par exemple, dénombrer une collection d'objets et formuler par écrit le cardinal de la collection ou énumérer une suite de nombres et la formuler par écrit. Ainsi donc, l'enseignement de la numération écrite est un puissant support et outil à l'appropriation du nombre et de ses propriétés.

énumère une série de quatre éléments en désignant les premiers nombres (1 et 2). Puis, il découpe le mot en syllabes (« bou-ton », « che-val ») pour désigner les troisième et quatrième éléments de la série.

Dans son milieu social, l'enfant rencontre et utilise très tôt les deux systèmes numériques : oral et écrit. Il convient de signaler que dans le contexte francophone, les deux systèmes ne sont ni équivalents ni réductibles l'un à l'autre. L'acquisition de la numération parlée est souvent considérée comme « spontanée » chez l'enfant, ne faisant l'objet d'aucun enseignement spécifique. En revanche, la numération écrite fait l'objet d'un enseignement systématique. Comme le souligne Perret (1985, p. 246) au sujet de la numération parlée : *« D'un point de vue mathématique, la numération parlée n'est qu'un accident de parcours requis par la communication orale. C'est une pratique commode, mais rien de plus. Du point de vue de l'élève, la maîtrise de la numération parlée relève d'un apprentissage comme un autre »*. Cela signifie que l'élève prend en charge à la fois la compréhension et la complexité qui régissent les deux systèmes numériques (oral et écrit). En fait, pour maîtriser la numération, l'enfant doit découvrir les ressemblances, les différences et les permanences entre le système numérique écrit (d'origine indo-arabe) et le système verbal en vigueur dans le contexte social. Rappelons que la numération arabe est utilisée d'une manière universelle, alors que la numération orale dépend des particularités de chaque langue parlée. Comme le souligne à ce propos Girodet (1996, p. 48) : *« On pourrait classer ces systèmes des mieux construits aux plus archaïques, le système français n'étant pas en très bonne position compte tenu du nombre important d'irrégularités dans la construction des nombres jusqu'à cent »*. Retenons momentanément qu'une des différences tient aux règles de composition de l'écriture des nombres et à celles de la numération orale en français.

Pour saisir les caractéristiques de la numération orale et écrite en français, on peut distinguer, avec Cerquetti-Aberkane & Berdonneau (1994), deux codes. Dans la numération orale, il faut différencier 28 mots ou noms pour désigner les différents nombres du système numérique :

– *« 16 noms pour les premiers nombres (un, deux, trois, quatre, cinq ... quatorze, quinze, seize ou 1, 2, 3, 4 ... 14, 15, 16) ;*
– *5 noms pour les différentes dizaines (vingt, trente, quarante, cinquante et soixante) ; pour la Suisse Romande et la Belgique francophone, il faut ajouter trois noms de dizaines pour désigner septante, huitante (ou octante) et nonante permettant de continuer la composition additive de la suite des nombres. Le nombre 80 est désigné à Genève quatre-vingts et non huitante ;*
– *1 nom pour désigner le nombre zéro qui est spécifique à la numération écrite ;*
– *6 noms de nombres pour désigner certaines puissances de dix : cent, mille, million, milliard, billion (million de millions), trillion (million de billions). »*

Dans la *numération écrite*, il faut distinguer les caractéristiques suivantes :

– *« elle comprend les dix chiffres : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,*
– *la base du système est dix,*
– *la position du chiffre indique la puissance de la base qu'il représente,*
– *le nombre zéro permet d'indiquer qu'une puissance de la base est absente,*
– *les dix chiffres permettent d'écrire une infinité de nombres. »*

L'enseignement des nombres écrits introduit, d'une manière implicite, une série d'obstacles et de difficultés qui tiennent à la nature même du système numérique hybride : l'élève est censé progressivement maîtriser les analogies et les différences entre le système écrit indo-arabe et le système verbal (en langue naturelle), dont la complexité reste plus ou moins grande selon les convergences existantes entre les deux systèmes numériques (Fuson & Kwon, 1992 ; Seron, Van Lil & Noël, 1995).

Système numérique hybride

Nous utilisons un système numérique hybride dont les règles de composition orale sont *transposées* sur le système de numération écrite. Selon Seron et al. (1995, p. 269), le système numérique en langue française présente un certain nombre de contraintes qui tiennent à sa spécificité. *« La lecture à haute voix de numéraux arabes consiste à fournir à partir d'un code écrit (le code arabe, code source) une forme représentant la même quantité dans le code cible, le code verbal français. Les codes source et cible présentent un ensemble de contraintes sur l'activité de transcodage (au sens de la transcription des nombres de l'oral à l'écrit ou l'inverse) »*. L'appropriation de la base dix du code source (système décimal arabe) exige de l'élève la compréhension du système numérique en langue cible (français) introduisant une double référence qui tient à sa notation additive et multiplicative.

Or, la désignation orale en français est constituée d'une syntaxe qui combine deux types de relations, l'une *additive* (17 = 10+7, 21 = 20+1...) et l'autre *multiplicative* (80 = 4x20), la combinaison des deux se retrouvant par exemple dans 87 = (4x20)+7.

Zones d'irrégularité du système

Par ailleurs, le code numérique oral comporte également des zones d'irrégularités entre la *désignation* et l'*écriture effective* du code chiffré. Comme nous allons le constater dans les démarches numériques des élèves, la numération orale contient un certain nombre d'irrégularités dans ses règles de composition (syntaxique), engendrant autant d'obstacles qui demandent du temps pour être dépassés par l'élève. Par exemple, à partir de onze (10+1) jusqu'à seize (10+6), un nom de nombre désigne deux chiffres ; ensuite la numération orale devient principalement additive à partir de dix-sept (10+7), jusqu'à soixante-dix-neuf ou septante-neuf (70+9).

Cette zone appelle deux remarques. La première concerne la désignation de la suite des nombres de 1 à 9 et de 10 à 16, où l'élève doit passer d'un nom pour un nombre à un chiffre à un nom pour un nombre à deux chiffres. Et à partir de 17, il utilise deux noms de nombres pour deux chiffres. La deuxième remarque est liée aux nombres en « ze » (de onze jusqu'à seize) qui sont compris, pour beaucoup d'élèves de cet âge, comme des unités (1, 2, 3... jusqu'à 16). Le premier passage à la dizaine s'effectue alors à partir de dix-sept (10+7) seulement. Pour un certain nombre d'élèves, le passage à la dizaine n'est identifiable *que lorsque le code verbal devient additif*, comme le montrent certaines erreurs dans les productions d'enfants : 107, 108 écrits pour 17 et 18.

Une autre zone d'irrégularité apparaît à partir de soixante-dix, soixante et onze jusqu'à quatre-vingt-dix-neuf (en France). Comme nous l'avons déjà mentionné, la progression numérique change de caractère. Elle passe de la forme additive à la forme multiplicative : *quatre-vingt-dix-huit*, c'est quatre noms de nombres pour un nombre à deux chiffres (c'est aussi : [4x20]+10+8). En fait, on peut appliquer l'algorithme additif (n+1) pour désigner les nombres de dix-sept jusqu'à soixante-dix-neuf, ensuite le code devient multiplicatif à partir de quatre-vingts (4x20) jusqu'à quatre-vingt-dix-neuf (quatre noms de nombres pour un nombre à deux chiffres).

La Suisse romande et la Belgique francophone ont résolu le problème en désignant ces dizaines par différents noms : septante, huitante (ou octante) et nonante, qui permettent la poursuite de l'algorithme additif de la suite des nombres. Comme en France, Genève conserve le code multiplicatif à partir de quatre-vingts jusqu'à quatre-vingt-neuf (4x20+9).

Dans les activités de *transcription* ou de *transcodage* entre la numération orale et écrite, ces irrégularités entraînent de nombreuses difficultés de compréhension et de traduction pour les élèves, difficultés qui peuvent persister longtemps au cours de la scolarité primaire. En effet, nous n'écrivons pas ce que nous entendons oralement et nous n'énonçons pas ce que nous écrivons. On peut signaler quelques erreurs régulières. Par exemple, quatre-vingt-neuf (4x20+9) peut être interprété (écrit) par l'enfant *4209* ; cent cinquante-deux peut être écrit *100502* ; ou encore mille quatre-vingt-huit = *10004208*. Ces erreurs témoignent également du contrôle sémantique qu'exerce la numération orale sur la production écrite.

Le contexte interculturel

Dans le contexte interculturel de l'école genevoise notamment, il nous semble intéressant de signaler quelques indications sur les zones d'irrégularités numériques pour les premiers nombres : en *espagnol* et en *portugais***,** la régularité apparaît à partir de seize ; en *anglais* et en *allemand*, elle apparaît à partir de treize (les irrégularités portent sur les nombres 11 et 12 : *elf, zwölf,* et *eleven, twelve*).

En *italien*, la numération orale est additive avec une particularité : la règle d'énonciation change à dix-sept où l'on commence par énoncer la dizaine et ensuite l'unité (*diciassette* 17 = 10+7, *diciotto* 18 = 10+8 et *diciannove* 19 = 10+9). Malgré cette modification à dix-sept, la numération orale conserve son caractère additif.

Enfin la numération orale en *arabe* repose essentiellement sur des relations additives (11 = 1+10, 12 = 2+10 ... 21 = 1+20). Cependant, la lecture des nombres en arabe possède les particularités suivantes : pour la lecture des dizaines, on commence par lire les unités et ensuite les dizaines, alors que pour les centaines et les milliers, la lecture commence d'abord par les centaines, ensuite les unités et enfin les dizaines (pour 152, on lit : 100, après 2 ensuite 50). En revanche, l'écriture numérique commence de gauche à droite, alors que l'écriture alphabétique s'effectue de droite à gauche. Toutefois, les opérations numériques se posent bien à droite au sens de l'écriture de la langue.

Les irrégularités numériques n'étant pas les mêmes dans chacun de ces systèmes langagiers, les difficultés de traduction que les élèves peuvent rencontrer ne concernent donc pas seulement le passage de l'oral à l'écrit en français, mais aussi le passage d'une langue à une autre, de la pratique orale de leur langue d'origine au français, langue d'enseignement.

Ecriture et lecture des nombres

Les enfants rencontrent les lettres et les chiffres très tôt dans le milieu sociofamilial et scolaire. La distinction des systèmes de signes se fera progressivement à travers leur utilisation. Comme le souligne Perret (1985, p. 47) : *« Dans notre contexte culturel, l'enfant est amené précocement à s'intéresser aux nombres écrits qu'il rencontre quotidiennement* *dans son environnement. Sans pouvoir distinguer lettres et chiffres, le jeune enfant s'engage, avec la connivence de l'adulte, dans l'exploration de cet univers de signes qu'il s'agit de discriminer et d'identifier* ».

En abordant cette question de la *représentation écrite,* nous nous sommes rendus compte qu'il y a peu de travaux consacrés à l'acquisition de l'écriture et à la lecture des nombres chez l'enfant. Cette question de la numération écrite reste relativement peu exploitée dans le domaine de la recherche en didactique et en psychologie cognitive. Pour Fayol (1990, p. 50), l'étude sur l'acquisition écrite des nombres n'a pas reçu la même attention que celle de la suite numérique orale : *« Indubitablement, l'étude du code écrit – peut-être parce qu'il apparaît conceptuellement simple à l'adulte cultivé – n'a pas reçu la même attention que celle de la chaîne verbale. Toutefois, même en ce domaine, il a fallu attendre le début des années quatre-vingts pour que les systèmes de numération puissent être abordés sous un angle linguistique. »*

Genèse de l'écrit numérique

Néanmoins, quelques travaux ont vu le jour ces dernières années : les premiers portent sur l'écriture des nombres (Perret, 1985 ; Sinclair et al., 1988) ; les deuxièmes portent sur les activités de transcodage numérique et les erreurs de codage (Giroux & Lemoyne, 1993 ; Seron et al., 1995). L'étude sur l'écriture des nombres de Sinclair (1988, p. 80) est significative à ce titre. Elle reconstitue les différentes formes spontanées de notations graphiques en rapport avec l'âge des enfants (3 à 6 ans). Cette étude a été réalisée dans le cadre des crèches genevoises. Pour contextualiser certaines épreuves sur la notation, Sinclair propose une série de questions à l'enfant, par exemple : *« Combien de mains (pieds, doigts) as-tu ? », « Quel âge as-tu ? », « Est-ce que tu sais compter ? »*. La consigne suivante a été proposée aux enfants : *« Peux-tu marquer sur la feuille ce qu'il y a sur la table ? »*. En fonction des âges des enfants, cette recherche dégage trois catégories de notation numérique.

La première formulation (enfants de trois à quatre ans) est une représentation globale de la quantité. Les enfants produisent des petites graphies isolées (barres, crochets) ou une longue ligne ondulée. Pour quantifier une collection d'objets, ces enfants représentent la notion du « beaucoup » sans établir une relation de bijection entre l'entité numérique et sa graphie.

La deuxième catégorie (enfants de trois ans et demi à cinq ans) fait apparaître une notation logographique par l'établissement d'une correspondance terme à terme entre les objets et les graphies utilisées (des traits, des ronds, des carrés, etc.). La correspondance terme à terme est réalisée sous forme de relations bijectives entre l'objet et sa graphie, selon la règle *une fois et une seule*. On observe donc à partir de quatre ans et demi l'émergence des chiffres et des lettres pour énumérer les quantités, ce qui correspond aux premiers apprentissages scolaires.

La troisième forme de notation (enfants de cinq à six ans et demi) est liée en partie aux chiffres comme moyen de désigner les nombres écrits. On constate deux types de procédures. Soit les enfants dénombrent une petite collection d'objets (3 balles, 5 crayons, etc.) en écrivant le cardinal de la collection, ensuite ils écrivent la suite des nombres (de 1 à 3 ou à 5) en établissant des relations bijectives (relation stricte entre un mot-nombre et un objet). Soit ils utilisent une écriture mixte pour signifier les quantités (par exemple, *5 bal*, *toua créion* – donc avec une correspondance stricte phono-graphémique, pour trois crayons – , *3 O b* pour 3 boules). Cette étude, consacrée à la genèse de la notation numérique « spontanée », montre que les enfants passent d'une notation globale de la quantité à une notation dans laquelle il y a une prise en compte de l'apparence des éléments présentés, pour aboutir à une notation qui représente la correspondance terme à terme. Cette numération est exprimée d'abord par des pictogrammes (ou des logo-graphies) et ensuite au moyen de chiffres.

Numération et comptage

Un certain nombre de travaux (Baroody, 1991 ; Carpenter & Fuson, 1991 ; Conne, 1987 ; Fayol 1990 ; Moser & Romberg, 1982 ; Van Nieuwenhoven, 1999) ont mis à jour les relations entretenues entre les premières activités numériques (de comptage, de dénombrement et des premières opérations numériques) et les capacités langagières (d'énumération et de désignation des nombres). Ils ont montré que les noms de nombres constituent très tôt un domaine lexical autonome. Précocement, les enfants font très vite la différence entre le lexique numérique et non numérique. La connaissance numérique du sujet repose donc sur les relations successives de la suite des nombres. L'énumération par la comptine est liée aux caractéristiques des règles de production de la suite verbale (de la désignation d'un nom de nombre et d'un seul pour chaque entité numérique). Autrement dit, l'acquisition du lexique est structurée sous forme d'algorithme (reposant sur le n+1) qui tient à l'ordre croissant des nombres. A propos des activités de comptage et de leur stabilité, selon Giroux et Lemoyne (1993, p. 524), l'acquisition naturelle des nombres s'effectue dans l'ordre croissant : *« L'ordre croissant est l'ordre naturel d'enregistrement de la suite nommée des nombres, facilitant ainsi le rappel, soit d'une séquence, soit de successeurs (...) Par ailleurs, rappeler une séquence de nombres selon l'ordre inverse d'enregistrement est sans doute un exercice laborieux pour le jeune enfant ».*

C'est également l'idée développée par Brissiaud (1989, p. 50). Les enfants exercent un contrôle sémantique sur les processus de lecture et d'écriture des nombres à partir de la comptine numérique : *« la connaissance des mots-nombres précède généralement celle des chiffres, la mise en relation de l'ordre oral et de l'ordre écrit, grâce à l'utilisation d'une file numérique de référence leur permet donc de retrouver l'écriture ou la lecture d'un nombre »*. Pour acquérir la lecture et l'écriture des nombres, le sujet est censé non seulement *apprendre les noms des nombres* correspondant à différentes entités numériques en respectant l'ordre conventionnel de la suite des nombres ; mais il est censé également *comprendre la syntaxe* qui régit les différentes combinaisons de chiffres pour rendre signifiant un nombre (prédécesseur, successeur, cardinal, position, etc.). On peut ainsi mesurer l'apport de la numération orale à l'élaboration des nombres écrits. La numération écrite va ainsi reposer en grande partie sur les connaissances numériques antérieures de l'enfant. En ce qui concerne la numération écrite, Sinclair et al. (1988, p. 73) soulignent la singularité des nombres écrits : *« Le chemin vers la première compréhension de la numération écrite semble être bien plus direct pour les jeunes enfants que ce qui s'observe dans leur reconstruction de l'écrit alphabétique »*. L'une des raisons attribuée au système numérique est la plus grande *transparence* et *l'universalité de ses règles de composition.* Par opposition à la complexité des systèmes alphabétiques, sa transparence tient alors à l'étroite relation qu'il entretient entre le système symbolique des chiffres et les concepts du nombre. Par sa qualité idéographique, le chiffre constitue un lien minimal avec le concept du nombre : ainsi le chiffre 5 représente le nombre 5. Mais il faut ajouter que la signification d'un chiffre est déterminée par sa relation de position dans le nombre. La position du chiffre indique le groupement de la puissance qu'il représente (par exemple dans 253, le 5 est le chiffre des dizaines, cependant dans 125, le 5 est le chiffre des unités).

La lecture des nombres : compétences observées

Autour de 6 ans, l'enfant est capable de sérier une suite d'objets du plus petit au plus grand en passant par les tailles intermédiaires. Ainsi, il peut constituer une série dans un ordre croissant ou dans l'ordre inverse (décroissant). Il peut les désigner oralement du plus petit au plus grand (il est *plus petit que* ou *plus grand que*). Il peut également les énumérer en les comptant du plus petit au plus grand et inversement. Il peut aussi dénombrer en désignant le cardinal d'une petite collection d'objets (Grégoire, 1996). Pour quantifier et trouver des équivalences entre des collections d'objets, les enfants de 5 et 6 ans utilisent des procédures numériques reposant sur les correspondances terme à terme. Comme le soulignent Sinclair & Tièche (1994, p. 247), cette procédure est également utilisée dans les nombres écrits : *« Il semble que l'appréhension des nombres écrits repose en grande partie, chez les enfants de 5 et 6 ans, sur l'utilisation du schème de la correspondance terme à terme, schème de nature logico-mathématique, exprimé sous forme d'arguments portant sur la quantité de chiffres »*. Ainsi, en comptant, l'enfant applique la correspondance biunivoque entre le nom d'un nombre et le chiffre de la chaîne numérique, que ce soit pour identifier un nombre manquant ou encore pour reconstituer une suite numérique lacunaire. En effet, on observe très souvent dans la recherche du successeur du nombre 11, que l'enfant peut repartir de 1 pour trouver 12. Autrement dit, pour trouver le prédécesseur et le successeur d'un nombre, l'enfant exerce un *contrôle de la signification* par le comptage. Comme nous allons le constater, cette démarche de contrôle numérique est fréquemment utilisée par les enfants de 1P.

Intervient également la *mémoire* des nombres, qui s'appuie en partie sur le comptage sous forme d'acquis numérique plus ou moins automatisé, ou sous forme de démarches algorithmiques portant sur les premiers nombres. Il s'agit d'une organisation séquentielle basée sur l'aspect ordinal des nombres, établissant une relation biunivoque entre l'ordre des nombres écrits et la règle d'énonciation obéissant à la comptine. Il s'agit bien d'un schème numérique qui tient son origine dans les activités de comptage et de dénombrement et qui tend à se généraliser à des tâches similaires de lecture ou d'identification d'un chiffre.

Comme le note Brissiaud (1989, p. 61), *« dans un premier [temps], l'enfant commence à s'approprier les aspects conventionnels de la représentation numérique : il apprend la comptine numérique et il apprend à compter, c'est-à-dire à mettre en correspondance terme à terme les mots-nombres de cette comptine avec des objets de la collection. Mais ce comptage, dans un premier temps, n'est qu'un* numérotage *car le dernier mot-nombre prononcé reste un numéro qui ne dénomme pas la quantité correspondante. C'est dans un deuxième temps seulement que l'enfant comprend le rôle spécifique joué par ce dernier mot-nombre et accède ainsi réellement à la représentation numérique des quantités : son comptage est un dénombrement »*. Plus précisément, l'enfant opère progressivement une *assimilation réciproque* entre le numérique et la désignation, entre l'oral et l'écrit, par le contrôle du sens qu'il exerce à travers les procédures de comptage.

La tâche de lecture des nombres

Dans le but d'établir un bilan des premières connaissances en lecture des nombres chez les jeunes enfants, une tâche leur a été présentée de manière relativement fermée puisque son dispositif est constitué d'une série limitée de nombres écrits. Elle porte tout particulièrement sur la connaissance de la suite des unités allant de 1 à 9 et sur la connaissance des nombres à deux chiffres avec le passage à la dizaine : 9, 10, 11. Elle a été proposée à un échantillon de 776 élèves en début de 1ère primaire (enfant de 5 et 6 ans).

Le dispositif de la tâche de lecture est constitué de petites cartes numériques allant de 1 à 11[3]. Dans la passation de la tâche , on distingue trois phases successives.

1. Dans la première phase, l'observateur procède à la mise en place de la suite des cartes en laissant des espaces entre 3 et 5, entre 5 et 7 et entre 8 et 11, l'élève pouvant signaler spontanément les lacunes, les nombres ou les cartes manquantes.
2. Dans la deuxième phase, l'enfant est sollicité pour lire la suite numérique lacunaire jusqu'à 11 et pour désigner les quatre nombres manquants (4, 6, 9 et 10). La consigne suivante est lue à l'élève : *« Est-ce que tu peux lire ces chiffres ou ces numéros ? »* tout en lui montrant les petites cartes numériques 1, 2, 3, 5, 7, 8 et 11. Après cette activité, on lui demande de désigner les nombres manquants, dans les termes suivants : *« Est-ce que tu peux dire les chiffres (ou les numéros) qui manquent ? »*
3. Dans la troisième phase, on met à la disposition de l'élève une série de cartes numériques *présentée dans le désordre* allant de 1 à 11 ; ensuite on l'invite à identifier et à placer les nombres manquants. La consigne suivante lui est lue : *« Mets les nombres qui manquent avec ces cartes ».*

Dans le dispositif des cartes, un espace plus grand est laissé entre la carte du chiffre 8 et celle du chiffre 11 : ces deux « lacunes » numériques qui se suivent placent souvent l'élève devant un obstacle. Elles constituent pour certains élèves une forme de « conflit ». Par exemple, à la mise en place du dispositif des cartes, un certain nombre d'élèves les rapprochent les unes des autres : 1 2 3 5 7 8 11. On peut attribuer cet obstacle à deux éléments : le premier concerne l'espace entre deux cartes (8 et 11) et leur place dans la suite des nombres ; le deuxième est lié au passage à la dizaine avec un nombre à deux chiffres.

Reconnaissance spontanée des nombres manquants

Lors de la mise en place par l'expérimentateur de la suite des cartes, et avant même de leur annoncer la consigne, de nombreux élèves signalent spontanément que la chaîne numérique est incomplète ou encore *« il manque des nombres »*. En effet, sur les 776 enfants consultés, on peut en distinguer 219 qui annoncent spontanément que la suite des nombres n'est pas complète, c'est-à-dire près de 3 enfants sur 10 (28%). Ces enfants ont donc conscience que la suite de nombres proposée comporte des lacunes. On observe deux réactions : la première porte sur le manque de cartes ou de numéros, sans les désigner ; la deuxième annonce les lacunes en désignant les chiffres manquants dans les termes suivants :

> Marina : *« Tu as sauté le 4, 6, 9 ! », « il manque le 4, 6, 9, 10. »*

[3] Les enfants du début de la 1ère primaire sont appelés à travailler ou à manipuler les nombres jusqu'à 20 sous forme d'activités de comptage, de dénombrement, de comparaison de collections (plus ou moins, un de plus), de sérier les nombres, de lire, d'écrire et de nommer les nombres jusqu'à 20, etc. En 2e enfantine, c'est essentiellement les unités numériques jusqu'à 6 qui sont abordées sous forme d'activités de comptine, de comptage, de comparaison de collections, d'activités de dénombrement pour trouver le cardinal d'une collection, etc.

> Benjamin : *« Il manque des cartes ! »* Observateur : *« Lesquelles ? »* Réponse de l'enfant : *« Le 4, 6, 9, 10, 12, 13, 14, 15, 16, 17 ! »*
>
> Francesca : *« Il manque des numéros »* et ensuite elle lit les chiffres.
>
> Ana : elle pense qu'il manque des chiffres et elle désigne les chiffres 4 et 6.
>
> Manou : avant même la lecture de la consigne, elle lit spontanément les cartes numériques, puis s'arrête un petit moment et relit la suite numérique depuis 1 jusqu'à 9, sans passer à la dizaine.

Avant même la lecture de la consigne, de nombreux élèves lisent spontanément la suite des cartes. Comme si le dispositif de la suite chiffrée constituait, en quelque sorte, un « ordre » à la lecture des nombres. A la première lecture des cartes, plusieurs élèves demandent spontanément s'ils doivent le compléter par les cartes qui manquent. Dans le dispositif, les lacunes de la chaîne signifient souvent pour les sujets la recherche des cartes complémentaires. La tâche définit ainsi les actions à réaliser. Certains élèves signalent spontanément qu'il manque également le 0 et le 12 dans la suite des cartes numériques proposées.

Lecture de la suite numérique

Dans la deuxième phase de la tâche de lecture, nous demandons aux élèves de lire la suite des nombres jusqu'à 11 avec la consigne suivante : *« Est-ce que tu peux lire maintenant ces chiffres ou ces nombres ? »* Après cette activité de lecture, et si l'élève ne répond pas encore spontanément qu'il y a des chiffres qui manquent, une deuxième consigne lui est suggérée : *« Est-ce que tu peux dire les chiffres ou les nombres qui manquent ? »*

Tableau 1 : Résultats de la lecture des nombres

Chiffres manquants	Nombre d'enfants	Pourcentages
Non réponses	79	11%
4	9	1%
4 et 6	24	3%
4, 6 et 9	33	4%
4, 6 et 10	72	9%
4, 6, 9 et 10	506	65%
Autres réponses	53	7%
Total	776	100%

La première colonne du tableau représente les chiffres manquants lacunaires (c'est-à-dire 4, 6, 9 et 10) dans la suite numérique que l'élève est invité à désigner.

Un premier groupe de 79 élèves (10%) n'arrive pas à entrer dans l'activité de lecture. Dans cette phase de l'activité, ces élèves ne se prononcent pas. On peut donc penser qu'ils sont simplement des non-lecteurs. Néanmoins, une partie d'entre eux vont pouvoir réaliser la dernière phase de cette tâche de lecture.

En fait, ces non-réponses peuvent être attribuées à deux facteurs : le premier est lié à la nature de la tâche et à son habillage (dans le contexte scolaire, la suite écrite des nombres est souvent présentée sous forme d'une bande numérique sans aucune lacune) ; le deuxième facteur peut être attribué au contexte de passation, notamment au rôle de l'expérimentateur adulte et à la compréhension de la consigne.

Le deuxième groupe est constitué des 9 élèves (1%) qui désignent les chiffres de 1 à 4 tout en identifiant la carte manquante du chiffre 4 ; et 24 élèves (3%) énumèrent les cartes chiffrées de 1 à 6 tout en indiquant les chiffres manquants 4 et 6. Comme nous l'observons, ces enfants ont une certaine familiarité avec les premiers nombres écrits. Ces connaissances sont souvent liées aux exigences des objectifs d'apprentissage de la 2e enfantine (construction du nombre jusqu'à 6).

> François récite la comptine (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7) sans établir une correspondance matérielle entre les cartes numériques et les noms de nombres énoncés (comme pour exercer sa connaissance de la comptine des premiers nombres en s'arrêtant à 7) ; ensuite il énumère encore une fois la séquence de 1 à 7 en observant attentivement les cartes et il dit *« il manque 4 et 6 »*.
>
> Ana énumère les nombres de 1 à 3, ensuite elle dit 8 en lisant le chiffre 5 ; à la lecture de la deuxième consigne *(« Est-ce que tu peux dire les chiffres ou les nombres qui manquent ? »)*, elle répond qu'il ne manque pas de nombres, tout de suite après elle dit *un* pour le nombre 4 et elle ajoute 4.
>
> Jean compte soigneusement les cartes en énonçant le nom des nombres de 1 à 7 ; ensuite il désigne les deux premiers nombres manquants (4 et 6), puis il dit : *« il manque deux cartes »* en indiquant la place des deux lacunes (9 et 10) et en disant : *« je ne sais pas lesquelles »*.
>
> Tiaro lit à haute voix en énumérant la suite des cartes : 1, 2, 3, 4, 7, 8, 1 et 1 pour le chiffre 11 ; ensuite il dit *« il manque 4, 5, 6, 7 »*. Tout en indiquant les quatre cartes manquantes, il énumère ainsi une séquence numérique (4, 5, 6, 7) en partant de la première lacune.
>
> Milena réalise partiellement son activité de lecture en identifiant les deux premiers chiffres manquants (4 et 6) : elle *énumère* à partir de 1 à 6 en pointant chaque carte du doigt et s'embrouille après 6 ; elle dit *« on comprend rien ! »*. Elle réalise donc une partie de la tâche qui porte sur les nombres qui lui sont plus familiers.
>
> Xavier désigne les chiffres et repère les deux premiers nombres manquants (4 et 6) ; puis il dit 0 pour les deux chiffres manquants (9 et 10), comme pour dire qu'il ne peut rien proposer d'autre.
>
> Selim récite la comptine, la suite numérique de 1 à 5 ; ensuite il désigne le premier chiffre manquant, le 4, et il dit *« je ne sais pas après »*.

Le troisième groupe de 33 élèves (4%) désigne les nombres manquants jusqu'à 9. Ces élèves énumèrent la suite des unités numériques de 1 à 9 et rencontrent des difficultés à lire le chiffre 10. Le passage à la dizaine et la lecture d'un nombre à deux chiffres constituent probablement pour eux un obstacle à la lecture des nombres après 9. A la fin de l'activité et pour contrôler la compréhension de la lecture d'un nombre à deux chiffres, l'expérimentateur invite Richard à lire la carte du chiffre 10 ; celui ci répond *« un et zéro »* pour 10 et *« un et un »* pour 11. Ce qui témoigne de leur connaissance de lecture des unités.

Le quatrième groupe est composé de 72 sujets qui lisent les nombres jusqu'à 8 et ensuite désignent le 10 et le 11. Ces élèves sautent le nombre 9 pour désigner le 10. Cette démarche a été utilisée par 9% des enfants interrogés. La représentation numérique la plus pertinente est le nombre 10 correspondant à la fois au passage à la dizaine et à la connaissance d'un nombre à deux chiffres. Certains élèves annoncent le 10, lisent le nombre 11 et ensuite désignent 12 et 13 (comme pour faire preuve de leur connaissance des nombres après 11). Les deux lacunes consécutives (9 et 10) constituent sans doute un obstacle encore à l'actualisation des deux nombres successifs.

> Aurelia lit la suite des nombres écrits jusqu'à 8 en désignant les chiffres manquants (4 et 6) ; ensuite elle marque un temps d'arrêt sur les deux lacunes (du 9 et 10) et dit *« zéro* [pour la lacune du chiffre 9], *10 et 11 ».*
>
> Alain identifie les cartes manquantes (4 et 6) et il repère la place du nombre 10 et dit *« zéro un »* pour 10 et *« un et un »* pour onze. Sa réponse peut indiquer un début de compréhension de la place des nombres à deux chiffres dans la suite écrite et le changement des entités numérique avec le passage à une nouvelle dizaine.

Dans le cinquième groupe, 506 élèves (65%) lisent les nombres jusqu'à 11 et désignent les nombres manquants. Une majorité d'élèves investissent donc cette tâche de lecture sans rencontrer d'obstacle. En outre, ce résultat corrobore ce qui a été obtenu sur les activités de désignation de la suite des nombres (sous forme de comptine numérique) : plus de neuf élèves sur dix (94%) désignent la suite des nombres au-delà de 11.

Cette question de la numération (désignation) orale sera reprise plus loin dans le texte (cf. point suivant, *Connaissance de la chaîne numérique verbale*). Considérons à ce niveau que les activités de désignation sont une connaissance lexicale indispensable pour aborder les nombres écrits.

L'examen des procédures numériques montre que certains élèves énumèrent la suite numérique et désignent les quatre nombres manquants sans recompter à partir de 1. Ces enfants lisent distinctement les entités numériques : chaque carte chiffrée est lue une fois et une seule fois. Pour ces élèves, le dispositif des cartes chiffrées constitue « l'ordre » de la lecture des nombres : ils énumèrent la suite numérique spontanément et désignent les nombres manquants.

> Par exemple, sans aucune hésitation, David lit à haute voix *« 1, 2, 3, 5, 7, 8, 11 »* ; *« il manque 4, 6, 9, et 10 et le 12 »*.
>
> Alex fait une lecture silencieuse ; ensuite il dit *« il manque le 4, 6, 9 et 10 »*. Lorsque l'observateur lui demande la suite des nombres pour vérifier sa lecture numérique, il énumère sans aucune hésitation la suite des cartes chiffrées (1, 2, 3, 5, 7, 8, 11).

Beaucoup d'entre eux utilisent le comptage comme un outil de contrôle pour vérifier la pertinence de la désignation des chiffres manquants. Le dispositif des cartes induit souvent chez les élèves une activité d'énumération anticipant le déroulement de la situation. Et l'énumération par le comptage devient ainsi un outil d'investigation et de vérification de l'écriture numérique.

En fait, les élèves manifestent une assez grande familiarité avec la lecture des unités. Par ailleurs, ils lisent d'une manière significative la suite des nombres selon la convention d'une fois et une seule (dans une correspondance biunivoque entre désignation orale et graphie chiffrée).

Nous observons, par ailleurs, deux types de démarches liées aux caractéristiques de la tâche de lecture : dans la première, l'élève reconnaît plus aisément les deux premiers nombres manquants (4 et 6) sur la séquence numérique (de 1 à 6) qui lui est certainement plus familière ; la deuxième, l'identification de la suite numérique entre 7 et 11 demande un peu plus temps de réalisation aux enfants et, très souvent, la recherche s'effectue dans l'ordre croissant (l'élève commence par désigner les nombres manquants 9 et ensuite 10).

> Lorsqu'on lui demande de lire les cartes numériques, Vincent commence à énumérer : 1, 2, 3, et puis il signale à l'observateur *« tu as oublié le 4 »*, il recommence à compter à partir de 4 à 6, ensuite de 6 à 9 et de 9 à 10 et de 10 à 11. Il ne procède pas à des dénombrements en partant de 1 pour identifier les nombres manquants ; cependant il compte à partir de la dernière lacune : il recompte de 4 à 6 et de 6 à 9, etc.

Cette procédure témoigne d'une nouvelle compétence qui fait l'économie du retour à l'origine du nombre 1. Cette démarche permet à l'enfant de dénombrer en comptant à partir d'une lacune pour chercher un autre nombre sur la chaîne numérique (ou à partir d'un nombre X pour trouver Y). La chaîne devient ainsi dénombrable. Selon Van Nieuwebhoven (1999, p. 69) : *« Les significations de la séquence de comptage et de la cardinalité fusionnent »*. Ces nouvelles compétences sont repérables à la flexibilité des procédures de dénombrement. En fait, le premier nombre énoncé, c'est celui qui a été retenu par l'enfant pour être le premier d'une séquence à dénombrer. Pour Fayol (1990, p. 44), l'enfant de 6 ans met en place de nouvelles habiletés numériques : *« compter n à partir de x (vers l'avant ou à rebours) ; compter de x à y. Dans les deux cas, les sujets doivent énumérer les nombres de la chaîne numérique tout en conservant en mémoire à court terme la trace du nombre d'éléments déjà comptés »*. Ajoutons cependant qu'énumérer des éléments dans l'ordre croissant ou à rebours exige du sujet des compétences différentes.

> Comme c'est encore fréquemment le cas pour trouver le nombre manquant, Jasmine énumère à haute voix la suite des cartes numériques depuis 1 jusqu'au nombre manquant. Elle recommence à compter à partir de 1 pour identifier chaque nombre manquant en répétant la même procédure : c'est-à-dire 123**4**, 12345**6**, 12345678**9**, 123456789**10**.

L'élève établit ainsi une relation biunivoque, repérable par l'action de pointage du doigt de chaque carte numérique et la désignation en même temps du nom du nombre ; il effectue ainsi une relation entre le signifié du nombre écrit et le signifiant du nom du nombre pour chaque élément de la chaîne numérique.

> Pour retrouver les nombres manquants, Fanic compte sur ses doigts. Elle commence par compter sur ses doigts de 1 à 4, ensuite de 4 à 6 ; elle recommence à compter à partir de 1 à 9 et de 9 à 10. Compter sur les doigts devient un auxiliaire pour trouver les chiffres manquants. Elle exerce ainsi une double activité à la fois sur les cartes comme référence à son travail de lecture et sur les doigts pour compter et vérifier son dénombrement. D'autre part, pour trouver le nombre 6, elle ne retourne pas à 1, mais recommence à compter à partir de 4. Par contre, pour chercher les nombres 9 et 10, elle retourne à 1. Ce qui montre

> qu’en utilisant une double procédure pour trouver les nombres manquants, Fanic utilise le dénombrement comme un outil intégré à l’activité de lecture.

Dans cette tâche, le comptage dans les démarches de lecture tient un rôle essentiel dans l’actualisation de la suite croissante et dans le contrôle de la signification. Par cette démarche, l’enfant investit l’activité de lecture en comptant les cartes comme des objets à énumérer ou à dénombrer. En fait, il s’agit là d’un des aspects du comptage dans l’élaboration de l’écrit.

En établissant une relation de correspondance terme à terme entre le nom de nombre et l’objet compté pour chaque élément de la collection, le sujet exerce un contrôle sur les différentes séquences numériques (de 1 à 4, de 1 à 6, etc.) lui permettant d’identifier les chiffres manquants, mais aussi de structurer les activités de lecture des nombres. Cette démarche récursive peut s’appliquer aussi bien aux quatre nombres manquants ou seulement à une partie d’entre eux. Comme nous l’avons signalé, de nombreux enfants utilisent le comptage sur les doigts pour vérifier la pertinence de l’activité de lecture.

Connaissance de la chaîne numérique verbale

Pour apprécier les activités de lecture, il nous semble important de connaître les résultats obtenus auprès des enfants dans la numération orale (ou de la comptine numérique). Il s’agit à ce niveau de la place qu’occupe la question lexicale dans les mécanismes d’acquisition de la lecture et l’écriture des nombres. En fait, la désignation est conçue comme une suite ordonnée de noms de nombre. Cette activité est révélatrice de la compétence par laquelle l’enfant investit le nombre ordinal et la lecture de la suite écrite comme un processus récurrent de n+1.

Ainsi, l’apprentissage « par cœur » de la chaîne numérique verbale est l’une des conditions nécessaires à la construction des nombres écrits. Pour Fayol (1990, p. 39), *« la saisie des principes de construction linguistique de la chaîne à la fois allège la tâche et autorise l’étiquetage verbal de tout ensemble numérique »*. Ce qui sous-tend pour l’enfant la connaissance verbale par l’étiquetage des noms de nombres, tout en exerçant les règles de récurrence.

Tableau 2 : Résultats dans la comptine numérique

Désignation des nombres	Nombre d’enfants	Pourcentages
Jusqu’à 10	52	6%
De 11 à 20	206	27%
Au-delà de 20	518	67%
Total	776	100%

Cette tâche permet d’une part de vérifier la stabilité de la chaîne numérique verbale chez les enfants de 6 ans, et d’autre part d’estimer leur connaissance lexicale des nombres. Il s’agit d’une tâche de comptage sans objets à dénombrer. La consigne suivante était proposée aux enfants : *« Est-ce que tu peux compter, ou réciter les nombres à haute voix ? »*. Ajoutons que l’activité est arrêtée lorsqu’il y a un saut ou une omission d’un nombre dans la suite désignée par l’enfant. Nous constatons que 6% des enfants désignent les nombres jusqu’à 10, ce qui correspond essentiellement à la connaissance de la suite des unités. Près de trois enfants sur dix (27%) connaissent la chaîne verbale entre 11 et 20 et abandonnent souvent l'activité de désignation dans la zone d'irrégularité. Et enfin, près de sept enfants sur dix (67%) savent la comptine au-delà de 20. Il est fort probable, par ailleurs, que beaucoup d'enfants maîtrisent la comptine numérique dans leur première langue parlée, aspect de la question que nous n'avons pas abordé ici.

Reconstitution de la chaîne numérique

Pour une grande partie des élèves, la troisième phase de la tâche de lecture se révèle relativement structurante. Le déroulement de l'activité se poursuit ainsi : l'élève est invité à identifier et à placer les nombres manquants dans la suite numérique jusqu'à 11, avec la consigne suivante : *« Mets les nombres qui manquent avec ces cartes »*.

Cette phase de l'activité, complémentaire à la deuxième, requiert du sujet un travail de lecture attentive par un choix de cartes numériques présentées dans le désordre. Elle exige aussi de l'élève un *double contrôle*. Le premier est lié aux nombres manquants et à leur rétention momentanée en mémoire. Le deuxième est lié à la lecture des cartes chiffrées, dont la présentation dans le désordre leur octroie un statut en dehors de la suite des nombres. Il faut signaler que cette tâche constitue probablement pour de nombreux élèves de cet âge un objet scolaire déjà rencontré en classe. Nous pensons tout particulièrement aux bandes numériques à travers lesquelles la lecture des chiffres est souvent exercée.

Tableau 3 : Résultats au placement des cartes

Chiffres manquants	Nombre d'enfants	Pourcentages
Non réponses	12	2%
4	8	1%
4 et 6	12	2%
4 6 et 9	19	3%
4 6 et 10	44	6%
4 6 9 et 10	602	77%
4 9 6 et 10	7	1%
6 9 et 10	7	1%
Autres réponses	65	7%
Total	776	100%

Comme l'indiquent les résultats, passablement d'élèves ont bénéficié d'un effet structurant du dispositif, entre la deuxième et la troisième phase de lecture, puisque nous passons de 506 élèves qui désignent les nombres manquants (65%) à 602 (77%) qui reconstituent la chaîne, en trouvant les quatre cartes chiffrées dans le désordre.

Plus généralement, les élèves décodent et placent les nombres manquants dans les places lacunaires plus facilement qu'ils ne lisaient en énumérant la suite numérique dans la deuxième phase de l'activité. Entre la phase de lecture-identification des nombres manquants et celle du décodage-reconstitution de la chaîne, 96 élèves arrivent à reconstituer la suite des nombres jusqu'à 11. Cet effet peut être attribué en partie aux caractéristiques du dispositif. A ce propos, deux considérations sont à retenir.

1. La nature du dispositif de la suite des cartes définit en partie la recherche à réaliser. Lorsqu'on met à disposition les nouvelles cartes et avant même de les inviter à chercher les cartes manquantes, certains sujets disent : *« il faut trouver les cartes qui manquent »* ou bien encore *« je dois trouver les chiffres ou les numéros qui manquent avec ces cartes »*. Le dispositif de lecture constitue donc un support de l'ordre conventionnel de la suite écrite qui permet également le rappel du comptage comme moyen de résolution. Comme nous l'avons déjà évoqué au sujet de la mémoire numérique avec Lemoyne & Giroux (1993) Brissiaud (1989), l'effet structurant tient certainement à l'apprentissage de la suite des nombres dans l'ordre croissant (la récitation de la comptine, les activités de comptage et de dénombrement, la lecture des bandes numériques, etc.). Autrement dit, l'information numérique est conservée en mémoire de manière structurée.
2. Les démarches utilisées et développées dans la phase précédente (désignation des nombres manquants) sont reproduites pour chercher les cartes chiffrées. Mais dans cette dernière tâche, il s'agit de *reconnaître* les chiffres manquants alors que dans la première il faut les *évoquer*, ce qui exige une plus grande abstraction de la part de l'enfant.

Quelques exemples permettent de mieux saisir ce qui précède.

> Pour reconstituer la chaîne, André énumère les nombres de 1 à 4 : il cherche la carte 4 ; ensuite il continue à compter (4, 5 et 6) pour trouver le chiffre 6, etc. Il a utilisé cette démarche dans la phase précédente. Pour vérifier la reconstitution, il relit à haute voix en énumérant la suite des nombres de 1 à 11 et il dit *« il manque le 12 »*.
>
> Comme André, Micha vérifie la pertinence de sa réalisation en recomptant depuis 1 à 11 à haute voix et il dit *« maintenant il manque 12 »*.

Une fois la tâche achevée, nous avons souvent observé que le comptage des cartes est utilisé également comme moyen de contrôle que le sujet exerçait *après coup sur la réalisation.* C'est une sorte de vérification finale pour valider son activité face à l'adulte.

Les enfants procèdent alors à une lecture spontanée en énumérant l'ordre croissant de 1 à 11. Cette démarche a été observée également dans d'autres recherches. Ainsi, les observations effectuées par Lemoyne & Giroux (1993, p. 524) auprès d'enfants de 7 et 8 ans montrent que *« la recherche de prédécesseurs s'effectue par l'activation de la suite (des nombres) selon l'ordre croissant. Le prédécesseur d'un nombre est alors produit par le rappel en ordre croissant d'une séquence formée de nombres qui précèdent ce nombre : par exemple, pour la recherche de prédécesseurs de 18, la séquence rappelée peut être 16, 17, 18 ; le prédécesseur est alors 17 »*.

> Dans la phase de désignation des nombres manquants, Ruth marque un temps d'arrêt et touche chaque carte du doigt en commençant par le nombre 1, tout en mimant les noms des nombres ; ensuite, elle dit qu'il manque 4, 6, 9 et 10. Lors de la troisième phase, elle procède au décodage des nombres manquants. Lorsqu'on met à sa disposition les cartes dans le désordre avec la consigne : *« Mets les nombres qui manquent avec ces cartes »*, elle les cherche et dit : *« il faut trouver ceux qui manquent »*. Elle énonce en même temps les nombres recherchés : 4, 6, 9 et 10. Ensuite, elle effectue sa recherche en ayant mémorisé préalablement les quatre cartes manquantes et ne trouve aucun besoin de recompter à nouveau la suite pour chercher les cartes manquantes.

Il reste à relever que 44 élèves (6%) reconstituent la chaîne numérique en décodant et en plaçant seulement trois cartes chiffrées (4, 6 et 10). Comme dans la phase précédente, ces sujets reproduisent la même démarche en sautant le chiffre 9 pour décoder et placer le 10. Il est probable qu'entre la deuxième et la troisième phase, certains élèves ont bénéficié de cet effet structurant de la tâche pour reconstituer la suite des nombres de 1 à 11. Ainsi, ce groupe d'élèves passe de 72 (9%) dans la deuxième phase à 44 (6%) dans cette dernière phase.

Entre la deuxième et la troisième phase, les enfants qui reconstituent la suite numérique en développant d'autres réponses passent de 53 à 65 (8% des élèves). On ne peut pas dire que ces élèves aient bénéficié d'un quelconque effet de cette dernière phase de l'activité de lecture. Il est vraisemblable que cette catégorie d'enfants a une familiarité encore très limitée avec les nombres écrits.

Les autres réponses recouvrent les diverses procédures numériques développées par les élèves : par exemple, les inversions, les sauts ou encore les réalisations dans d'autres ordres. Dans cette catégorie de réponses, les inversions numériques sont les plus nombreuses : elles portent, entre autres, sur la confusion logographique entre les chiffres 6 et 9 (ce que nous observons également à propos de l'écriture des nombres). Par exemple, les élèves reconstituent une partie seulement de la chaîne numérique en décodant et en plaçant les deux premiers nombres : 4 et 9, le chiffre 9 à la place du 6 ; ensuite les sujets placent trois cartes en commençant par le chiffre 4, 9 et 6 ; et enfin les élèves reconstituent la suite numérique en mettant les cartes manquantes dans l'ordre suivant : 9, 6 et 10. Précisons que nous avions pris soin de différencier la présentation des deux chiffres (6 et 9) par un trait sous le <u>6</u> pour bien marquer la différence.

Au sujet des sauts numériques, on distingue différentes démarches : les élèves reconstituent une partie seulement de la suite des nombres (par exemple, les sujets sautent le chiffre 4 et placent 6 et 10, 10 étant mis à la place du 9) ; ils sautent ainsi la première lacune et reconstituent la suite à partir du nombre 6 ; ou bien encore ils sautent la deuxième lacune et placent les chiffres 4, 9 et 10.

> Lara identifie et place les deux premières cartes numériques (4 et 6) ; ensuite elle repère la carte du chiffre 10 et la met à la place du 9 ; puis elle trouve et place la carte du chiffre 9 pour le 10 : elle dit *« il manque aussi le zéro »*. Avec cette affirmation, elle a effectivement conscience qu'il s'agit d'un nombre à deux chiffres et du commencement d'une nouvelle série de nombres.

Les procédures de lecture observées

Pour résumer les activités de lecture observées, nous pouvons distinguer trois formes de procédures :

1. Dans la première, les élèves *lisent la suite et désignent les quatre nombres manquants sans revenir à 1*. Pour reconstituer la chaîne, ils lisent les cartes en désignant celles qui manquent (par exemple, Jean indique immédiatement les nombres manquants et il dit également qu'il manque le chiffre 12). De plus, la désignation des nombres manquants constitue déjà un *support de rappel* pour trouver les cartes. Ces sujets « anticipent » souvent le déroulement de l'activité proposée et manifestent une assez grande familiarité avec la lecture des nombres. Néanmoins, ils peuvent utiliser le comptage d'une manière accessoire pour vérifier la pertinence soit d'une séquence numérique, soit de la reconstitution de l'ensemble de la chaîne de 1 à 11.

2. Dans la deuxième démarche, les sujets *énumèrent sous forme de comptage des chiffres qu'ils appliquent aux différentes séquences successives* : de 1 à 4, de 1 à 6, de 1 à 9 et de 1 à 10. Ces élèves procèdent à des dénombrements partiels en lisant, tout en pointant chaque carte chiffrée (le comptage servant de stratégie de lecture) comme pour trouver le « cardinal » d'une collection : de 1 à 4, de 1 à 6, de 1 à 9 et de 1 à 10. Cette même procédure numérique est réinvestie par la reconstitution de la suite numérique. Autrement dit, ils « découpent » en tranches la chaîne des nombres jusqu'à sa reconstitution en partant de l'origine du nombre 1.
3. Dans la troisième catégorie de procédures**,** les enfants *comptent en pointant les cartes (ou sur les doigts) pour désigner les nombres de 1 à 4* ; ils lisent ensuite attentivement les nombres à partir de 3, 4, 5, ou 6 sans pointer et *sans retourner au nombre 1*. Le rappel en mémoire des nombres s'effectue à partir des prédécesseurs d'une carte manquante. La reconstitution est ainsi réalisée sous forme de séquences partielles : de 1 à 4, de 3, 4 à 6, de 5, 6 à 9 (ou de 7, 8 et 9) et de 7, 8, 9 et 10. Cependant, ces élèves peuvent également repartir de 1 en recomptant pour trouver une carte manquante. En fait, ces démarches de contrôle prennent appui sur les prédécesseurs pour actualiser des nombres recherchés (de 3, 4, 5 pour désigner 6 ; de 5, 6, 7, 8 pour désigner 9 ou bien encore 7, 8 pour désigner 9). Cette catégorie d'élèves utilise des procédures *mixtes* entre la lecture des nombres et le comptage.

En résumé, de nombreux élèves appliquent des schèmes numériques à des chiffres familiers, reconnaissables dans les premiers nombres écrits de 1 à 6, acquis dans l'approche des nombres en 2e enfantine. En revanche, pour trouver et placer le 9 et le 10, ces élèves peuvent recompter depuis le 1 à 9 et 1 à 10. Ils retournent ainsi à 1 pour reconstituer la suite. On peut supposer que pour beaucoup d'élèves, la rétention en mémoire est relativement limitée, et que cette tâche de lecture représente encore une surcharge conséquente.

Conclusion

Rappelons quelques considérations sur les processus d'acquisition de la lecture et de la compréhension des nombres écrits. Comme le mentionne Perret (1985, p. 49), *« savoir écrire ou lire un nombre est une chose, comprendre la signification précise de chaque chiffre dans l'écriture des nombres plus grands que dix en est une autre »*. A titre d'exemple, les élèves de cet âge peuvent être capables de lire l'écriture d'un nombre sur la bande et n'y parviennent plus lorsqu'ils trouvent cette même écriture isolée : ils ont davantage mémorisé l'organisation de l'ordre des écritures que les écritures elles-mêmes. Par exemple, le dispositif des cartes chiffrées constitue pour eux « l'ordre » de l'énumération par le comptage. Il forme une aide au processus de la lecture-compréhension des nombres.

Pour l'élève, cette écriture change de contexte de présentation et de « statut ». Ainsi, le rapport qu'il entretient à la lecture n'a plus le même sens. Cependant, il peut exercer le comptage comme moyen de contrôle et d'appréhension de l'écriture numérique isolée. Notons avec l'équipe d'Ermel (1990, p. 38) : *« Lorsqu'un enfant ne sait pas lire '12', il compte sur sa bande les cases qui vont de 1 à 12 et peut ainsi, grâce à la suite sue par cœur, nommer ce douze ; le nombre 12 peut être le cardinal d'une collection ou le douzième nombre de bande numérique »*. L'élève exerce ainsi un contrôle numérique à partir de la règle d'énonciation (l'énumération par le comptage) pour identifier et désigner le nombre recherché. De plus, pour reconstituer ou retrouver le prédécesseur ou le successeur d'un nombre, les sujets mettent en œuvre des procédures d'énumération en repartant de 1 pour les identifier.

Ces procédures de comptage vont constituer un instrument performant à la fois de recherche des nombres et de contrôle de la chaîne numérique . En effet, les élèves utilisent et conservent longtemps ces procédures automatisées : nous les observons chez des élèves de 2e et de 3e primaire (et parfois même chez des 4e primaire). Mais ces procédures vont relativement vite trouver leurs limites d'application dans le domaine des grands nombres. Par ailleurs, la compréhension et la prise de conscience de la valeur positionnelle des nombres à deux ou trois chiffres va progressivement prendre sens chez les enfants de 6-7 ans. Selon Sinclair & Tièche (1994, p. 247), *« la connaissance de la suite orale et sa correspondance écrite vont progressivement amener l'enfant à prendre conscience que le chiffre de gauche détermine de façon privilégiée sa place dans la série numérique, sans toutefois comprendre la quantité signifiée par celui-ci ».* A la question de savoir quel est le plus grand ou encore lequel fait plus entre 46 et 64, les auteurs montrent que les enfants ont tendance à privilégier le 64.

Enfin, l'élément fondateur de la lecture des nombres écrits est bien le comptage, constituant naturel de l'énumération, qui est à la fois un outil à la conceptualisation et un outil de contrôle de production numérique. Le processus d'énumération implique ainsi que chaque entité numérique est reconnaissable dans la relation (biunivoque) entretenue entre le mot-nombre écrit et le nom du nombre (entre le signifié – la carte chiffrée – et le signifiant – le nom-nombre – permettant de véhiculer le concept du nombre). Comme le soulignent Gelman & Meck (1991, p. 217), le rôle du comptage est déterminant dans l'acquisition de la numérosité. *« Un processus de comptage est un processus d'organisation de la numérosité des collections jusqu'à la* symbolisation *ou l'établissement du système de représentation ».* Le comptage tient une place essentielle dans le contrôle du sens qu'il exerce sur la signification de la chaîne numérique (sur la syntaxe de l'ordre de la suite des nombres) et dans l'acquisition progressive de la lecture. L'évolution des processus de lecture (Sinclair & Tièche, 1994, p. 247) semble dépendre à la fois d'un apprentissage de *la dénomination* (énumération) des nombres écrits et des réflexions portant sur *l'organisation* du système écrit (la base dix du système). Comme nous l'avons vu, une grande partie des enfants utilisent des procédures basées sur les deux aspects à la fois.

L'écriture des nombres : compétences observées

Concomitance des acquisitions

Comme pour la lecture des nombres, nous nous sommes intéressés particulièrement aux connaissances des élèves et à leur stabilité, au sens de la construction des invariants graphiques liés aux entités numériques dans la production écrite de la suite des nombres.

Dans le contexte scolaire, l'apprentissage de la lecture et de l'écriture des nombres sont deux activités *concomitantes* : on enseigne la lecture de la suite des nombres en même temps que sa représentation écrite. Pour Meljac (1978, p. 64), *« ce phénomène se comprend aisément. A partir d'un certain seuil (variable sans doute selon les enfants et le milieu), on apprend la suite des nombres en même temps que leur représentation graphique. C'est l'école qui, en général, induit alors un synchronisme d'acquisition »*.

La concomitance de ces acquisitions a pour conséquence l'introduction de deux types d'apprentissage liés aux activités écrites, l'un portant sur le code *numérique* et l'autre sur le code *alphabétique*. Ils sont introduits avec l'idée que les deux codes sont suffisamment différenciés par leur contenu (les chiffres et les lettres) et par les objectifs d'apprentissage visés. Toutefois, la différenciation entre les deux codes graphiques est laissée très souvent à la charge de l'enfant de 6 ans, occasionnant de nombreuses « interférences » entre les chiffres et les lettres. Cette question sera abordée dans l'analyse des productions d'enfants, analyse qui portera essentiellement sur la formulation et l'orientation graphique des chiffres impliquant les phénomènes d'inter-codes.

De l'oral à l'écrit

Au sujet de la spécificité de l'écrit, parmi les différences que l'on peut noter entre les deux modes de communications orale et écrite, il en est une qui les distingue tout particulièrement, c'est leurs origines. En fait, l'émergence de l'écriture et de la lecture (numérique ou/et alphabétique) est plus tardive que l'oral, sur le plan du développement cognitif (ou sur le plan ontogénétique).

Le milieu humain semble être l'élément essentiel et suffisant pour le développement de l'oral. Par opposition à l'oral, l'acquisition de l'écrit demande des années d'apprentissage requérant des interventions spécifiques du milieu scolaire et familial. Commençant autour de 4 à 5 ans, l'apprentissage de l'écrit numérique et alphabétique est une construction cognitive exigeante qui a comme support des représentations écrites. Lorsque la tâche de l'écrit est sollicitée, on peut considérer qu'un travail cognitif spécifique est nécessaire à l'élaboration des représentations écrites (schémas, écriture conventionnelle, etc.). Il n'y a pas donc une simple *association* de l'oral à l'écrit, mais une véritable reconstruction dans le sens d'une conceptualisation des écritures.

Une autre différence entre l'oral et l'écrit concerne la segmentation des unités. Dans l'activité orale, *la segmentation lexicale est nettement moins visible*. L'écrit exige la segmentation lexicale, la correspondance entre sons et signes graphiques, et ces derniers constituent des entités graphiques abstraites. En revanche, l'acquisition de la langue orale est indispensable au développement de l'écrit. Sur le plan de la numération orale, la quantification par le comptage (et donc l'énumération verbale) est une condition nécessaire pour l'acquisition lexicale des noms de nombres, *dimension qui exige l'apprentissage de la lecture et l'écriture numériques*.

Pour parvenir à écrire la suite des nombres à un ou à plusieurs chiffres, l'enfant s'appuie sur des règles de transcription. Leur actualisation intentionnelle par évocation guide ses premiers apprentissages, et ensuite elles sont automatisées, si bien qu'il se trouve assez vite en mesure de construire progressivement une correspondance entre ce qu'il évoque et ce qu'il transcrit, entre ce qu'il entend et ce qu'il écrit, entre ce qu'il voit et le nombre qu'il énonce.

L'acquisition de la chaîne orale va, semble-t-il, jouer un rôle important dans la correspondance entre le nom de nombre et sa graphie chiffrée (ou entre phonème et graphème numérique). Ainsi, contrairement à l'arbitraire de l'écrit alphabétique, l'écrit numérique est relativement plus « transparent ». C'est ce qui fait dire à Sinclair (1988, p. 73) : *« le chemin vers la première compréhension de la numération écrite semble être bien plus* direct *pour les jeunes enfants que ce qui s'observe dans leur construction de l'écrit alphabétique. La raison en serait-elle à chercher dans la plus grande transparence de la numération écrite, l'universalité de ses principes, et le lien non arbitraire entre les concepts numériques ? »*

Composition et règles d'écriture

Pour Ferreiro (1988, p. 68), *« écrire, c'est construire une représentation selon une série de* règles socialement codifiées*. Lire, c'est construire un réel langagier à partir de l'interprétation des éléments fournis par la représentation »*. Nous retenons avec cet auteur que l'activité écrite exige des règles de composition qui sont socialement codifiées et qui obéissent à une logique syntaxique.

Trois étapes peuvent être différenciées dans la réalisation de la composition écrite : la planification, la transcription et la révision, même si, par ailleurs, l'activité écrite ne se laisse pas réduire à cette démarche quelque peu linéaire (Flower & Hayes, 1981 ; Fayol & Gombert, 1987). Elle nous permet, néanmoins, une certaine interprétation des activités écrites concernant les nombres et pour lesquelles on peut également distinguer trois phases dans leur déroulement.

En ce qui concerne la *planification*, on peut supposer que la compréhension de la consigne orale définit et fixe le but visé par la tâche. En effet, comprendre, c'est non seulement se représenter[4] la tâche externe dans sa globalité (le but et la finalité recherchés), mais également identifier les étapes de sa réalisation en fonction des règles d'actions à mettre en œuvre. Pour Inhelder, Cellérier et al. (1992, p. 48), *« il y a représentation du 'comment faire' en particulier sous forme de* représentations anticipatrices *auxquelles le sujet a recours pour* planifier *ses conduites. Les représentations portent par conséquent aussi bien sur les chemins à prendre que sur les résultats auxquels ils conduisent »*. Tout en définissant l'objectif visé par l'activité d'écriture, les représentations sélectionnent et adaptent les schèmes du sujet à la spécificité de la tâche numérique. Comme le rappelle Vergnaud (1994, p. 66), le *schème* est caractérisé par les éléments suivants : *1)* des buts, des intentions et des anticipations, *2)* des règles d'action, *3)* des invariants opérationnels, *4)* des possibilités d'inférence en situation. La mise en œuvre écrite de la suite chiffrée demande implicitement à l'enfant la définition d'un

[4] Ajoutons en outre que par son rôle d'intermédiaire entre les connaissances en mémoire (à long terme) et la tâche externe, la représentation sélectionne et ajuste les règles d'actions adaptées à la signification du problème proposé à l'enfant.

but et, dans ce contexte, planifier consiste à anticiper le déroulement et les démarches numériques les plus « adaptées » pour effectuer la tâche demandée.

La deuxième phase est celle de la *transcription* des noms de nombres en graphies chiffrées. La spécificité de la tâche numérique oriente et détermine la succession des règles de transcription en inférant aux relations d'ordre liées aux caractéristiques de la chaîne numérique. Dans cette activité, la règle de transcription implique une mise en chiffres des noms de nombres sous forme d'une double relation, l'une *biunivoque* (une correspondance terme à terme entre le nom de nombre et la graphie chiffrée ou un chiffre) et l'autre *transitive* et *asymétrique* (dans un rapport successif de n+1).

La troisième est la phase de contrôle et/ou la révision. Selon la représentation que se fait l'enfant de l'exigence de la tâche numérique et de son activité, il peut entreprendre un *contrôle intentionnel* (ou automatique) pour « valider » sa production, ce que Inhelder, Céllerier et al. (1992, p. 39) appellent *« des évaluations intervenant lorsqu'une connaissance devient normative pour le sujet et qui s'accompagne d'un sentiment de nécessité ('cela doit être comme cela et cela ne peut être autrement') »*. En lecture comme en écriture, les interruptions et/ou les obstacles rencontrés dans la suite des nombres donnent lieu à une phase de contrôles et de vérifications fréquents. L'énumération par le comptage est utilisée spontanément par l'enfant comme un outil de *vérification* et de *révision* des séquences numériques produites afin d'évaluer la justesse des règles de transcription. C'est ce que soulignent Seron, Deloche & Noël (1991, p. 304), dans les termes suivants : *« La production de la suite des noms de nombre semble* gouvernée *par les règles de production que les enfants généreraient à partir de leur connaissance morphosyntaxique de la structure des noms de nombres de un à vingt et un. »* Les procédures de validation peuvent être utilisées par l'enfant jusqu'à épuisement des connaissances numériques disponibles.

Régularité et stabilité numérique

Les obstacles rencontrés par les enfants dans leurs réalisations écrites de la suite des nombres permettent de mieux apprécier les régularités et les stabilités des premières connaissances numériques écrites disponibles au début de la 1ère année de la scolarité primaire.

Ces dernières années, la notion d'invariance (au sens de la régularité et de la stabilité) a particulièrement retenu l'attention des chercheurs dans le domaine de l'apprentissage de la langue écrite. Nous pensons particulièrement aux travaux de Ferreiro (1988) qui a étudié la notion d'invariance dans les relations de parties à tout (lettres-mots ou mots-phrases), ainsi que le principe de la non-récurrence. Bastien-Toniazzo, Bastien & Bouchafa (1996) ont travaillé sur l'invariance de l'ordre des lettres dans le mot. Jaffré (1995), quant à lui, a plus particulièrement étudié l'ontogenèse du principe sémiographique à travers les écritures inventées de l'enfant, qui révèlent une connaissance précoce de l'attribution d'une et une seule unité de sens à chaque unité graphique (lettre ou simulacre de lettre sous forme de trace graphique).

Ces travaux vont dans le sens de renforcer l'assertion piagétienne selon laquelle l'une des grandes conquêtes cognitives réalisée par l'enfant durant cette période (de 2 à 6 ans) est l'acquisition successive de *l'identité qualitative et quantitative des objets*. Le jeune enfant commence par identifier et nommer les objets en fonction de leur utilisation et de leur singularité, ou en fonction de leur appartenance à une classe d'objets également, mais aussi à les quantifier en faisant abstraction de toutes leurs propriétés particulières. C'est ce que Droz (1972, p. 87) qualifie d'enrichissement et d'approfondissement *« du schème de l'invariance* *qui s'applique maintenant aux propriétés particulières des objets, dépassant ainsi les constances perceptives, la permanence de l'objet, la stabilisation des concepts et l'identité des objets »*. Autrement dit, l'enfant peut faire abstraction de la qualité ou encore de la singularité des objets pour ne tenir compte que de leur quantité, pour les compter, les dénombrer ou les énumérer. Le comptage va donc lui servir d'outil numérique pour effectuer son activité de quantification.

Dans une réflexion sur les relations entre développement et apprentissage (et plus précisément dans le cadre du débat entre Vygotsky et Piaget), Vergnaud (1998, p. 54) rappelle que la didactique a pris à bras le corps la question *des rôles de l'activité du sujet et du langage* dans la conceptualisation de la connaissance. Il souligne d'une part le rôle irremplaçable de l'expérience et de l'activité en situation pour aider les élèves à former des concepts, et d'autre part le rôle unique du langage et de la médiation symbolique dans la construction des concepts, en faisant allusion au rapport entre les mathématiques et la langue. Il précise, entre autres, *« qu'une des questions théoriques capitales pour nous aujourd'hui est d'approfondir le rôle des* invariants *lexicaux, syntaxiques et textuels dans la formation des concepts, et d'analyser les moyens par lesquels ils s'articulent, progressivement, aux invariants opératoires formés dans l'action en dépit des décalages des uns et des autres »*.

En ce qui concerne la question de l'invariance de la suite écrite des nombres, nous avons étudié, entre autres, comment les enfants peuvent résoudre des tâches numériques portant sur *l'approche du nombre* et sur son *écriture*, sans que l'on se soucie de leurs liens avec les régularités offertes par des démarches de comptage, d'écriture et de lecture des nombres.

La notion de régularité nous permet de dégager les premiers invariants de la suite écrite des nombres selon trois principes :

1. le principe d'une et d'une seule entité numérique (l'aspect lexical, un nom de nombre pour une entité numérique) composant la suite écrite des nombres en tenant compte de la relation biunivoque (de la correspondance terme à terme) entre le nom d'un nombre et l'entité graphique chiffrée ;
2. le principe de l'ordre d'énumération verbale correspondant à la règle syntaxique de la suite chiffrée impliquant l'ordre de succession (un prédécesseur et un successeur d'un nombre) : 0, 1, 2, 3, etc. ;
3. le principe de l'orientation spatiale dans la réalisation écrite : de gauche à droite (autres cultures, de droite à gauche ou de haut en bas).

Dans ce principe d'invariance de la suite écrite, nous n'avons pas pris en considération, dans un premier temps, les problèmes d'orientation graphique des chiffres, c'est-à-dire les *chiffres en miroir*, les *symétries*. Cette question sera traitée à part dans l'étude. En revanche, nous avons retenu comme critère d'instabilité numérique *les inversions, les sauts ou les omissions* de nombres dans les productions, et/ou les obstacles rencontrés par l'enfant dans la formulation écrite des nombres. Rappelons à ce propos que, quelle que soit la nature de la production de l'enfant, l'expérimentateur lui pose la question : *« Est-ce que tu penses que tu as bien fini ton écriture ? »*, tout en lui laissant le temps nécessaire pour finir sa réalisation écrite.

Représentation graphique et séquences numériques

L'écriture des nombres par l'enfant permet de mesurer sa compréhension de la représentation de la chaîne numérique ainsi qu'une meilleure connaissance des règles de production graphique. La question de l'écriture appelle deux remarques. La première s'attache à mettre en évidence la manière dont les élèves investissent la suite numérique en « respectant » les règles de successions asymétriques de l'ordre des nombres. Ces règles de production s'appuient à la fois sur l'énumération par le comptage et sur les procédures de transcription/composition et d'agencement des entités graphiques. La deuxième cherche à comprendre comment ils gèrent les productions graphiques des unités et des dizaines notamment le passage à la dizaine associé à la particularité (lexicale) d'un nom pour les nombres à deux chiffres (dix, onze à seize, et de dix-sept à vingt et un). Il s'agit de saisir quelques-uns des obstacles constitués par les propriétés du système numérique oral et sa « transcription » écrite par le sujet.

Pour rendre compte des différents problèmes rencontrés, nous avons analysé et interprété un certain nombre de productions d'enfants en terme de procédures numériques et graphiques. Ce travail nous a permis de retenir différentes productions qui illustrent de façon particulièrement claire la nature des écritures numériques et les critères sur lesquels les élèves réalisent leurs activités écrites et/ou opèrent des coupages (ou des groupements) en séquences numériques significatives.

Résultats et réalisations numériques

Pour appréhender la question de l'écriture, nous avons demandé aux enfants de réaliser la tâche suivante : *« Peux-tu écrire maintenant les nombres, les chiffres ou les numéros sur cette feuille ? »*. Une feuille de papier et un crayon ont été mis à disposition de chaque enfant.

Comme il pouvait exister une différence entre une estimation énoncée et sa réalisation écrite, nous avons demandé aux enfants une estimation de leur connaissance écrite des nombres, en leur proposant la consigne suivante : *« Peux-tu dire jusqu'où tu sais écrire les nombres, les chiffres ou les numéros ? »*. L'intérêt de cette question consiste à analyser la différence entre l'estimation de leur connaissance écrite d'une part, et la réalisation effective de la suite des nombres d'autre part. Signalons d'emblée qu'il y a très peu d'écart entre l'estimation énoncée et la réalisation effective sauf pour quelques cas. En fait, l'estimation de la connaissance écrite est très proche des réalisations produites par les enfants.

Tableau 4 : Résultats à l'écriture des nombres

Séquences numériques	Nombre d'enfants	Pourcentages
Non réponses	32	4%
1 à 6	111	14%
1 à 9	88	11%
1 à 16	356	46%
1 à 29	124	16%
>30	65	9%
Total	776	100%

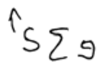
En fonction de la nature des écritures recueillies et afin de dégager un certain nombre de critères d'analyse des productions, nous avons procédé à une classification en terme de séquences numériques réalisées par les enfants. Comme nous pouvons le constater par exemple dans le tableau des résultats ci-dessus, près de cinq enfants sur dix (46%) parviennent à écrire une séquence numérique de 1 à 16. Les critères d'analyse reposent, entre autres, sur celui des obstacles sur lesquels les élèves butent et abandonnent l'écriture des nombres, principalement lors des différents passages aux dizaines : 1 à 9, 10 à 16, 17 à19, 20 à 29 et au-delà de 30.

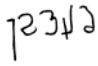
Séquences numériques de 1 à 6

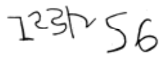
Le premier groupe, constitué de 111 enfants (14%), réalise la suite écrite des nombres de 1 jusqu'à 6. Remarquons qu'il s'agit là de la connaissance numérique souhaitée et attendue par les objectifs d'apprentissage en fin de 2e enfantine.

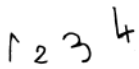
Cette connaissance numérique a comme support d'activités le comptage, le codage et le décodage des nombres écrits (sous forme d'une familiarité à la lecture et à l'écriture des premières unités de 1 à 6), ainsi que le dénombrement de petites collections et la mise en évidence d'un cardinal d'ensemble. Les élèves abordent également les activités de correspondance terme à terme, de comparaison de collections en travaillant sur les relations d'équivalences et/ou de différences entre les collections, ce qui leur permet progressivement d'initier à la fois la relation d'ordre, d'équivalence et la notation numérique. Manifestement, ces enfants amorcent à peine l'apprentissage de l'écriture des nombres.

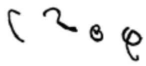
Exemples de séquences numériques de 1 à 6

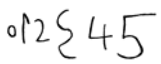
Llabjani 

Marco 

Michel 

Patrick 

Elodie 

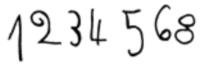
Louise 

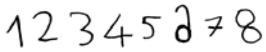
Séquences numériques de 1 à 9

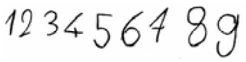
Le deuxième groupe, composé de 88 enfants (11%), produit la suite écrite de 1 jusqu'à 9. Deux remarques au sujet des écritures de ce groupe : la première est liée à l'obstacle que constitue le *passage à la dizaine* (10+n), et à la difficulté momentanée liée à la représentation écrite des nombres à deux chiffres, avec la particularité d'un nom de nombre pour l'écriture de deux chiffres, mais aussi l'appropriation et le statut du zéro dans la chaîne (dix = 10, onze = 11, etc.). La deuxième remarque porte sur les connaissances des *unités*. Nous observons en effet qu'un enfant sur quatre (25%) a une représentation écrite liée essentiellement aux unités jusqu'à 9.

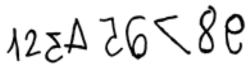
Cette connaissance des unités de 1 à 9 est visée dans les premières acquisitions de la numération orale et écrite au cours des deux années de l'école enfantine et du début de la 1ère primaire. Plus particulièrement, la 1ère primaire est consacrée à l'approche de l'écriture des chiffres et au travail sur les premiers nombres qui, le plus souvent, ne dépassent pas les nombres à deux chiffres. En fait, l'objectif recherché à moyen terme est d'engendrer *n* à partir des dix chiffres arabes *1 2 3 4 5 6 7 8 9 0*, permettant aux élèves d'écrire et de générer des nouveaux nombres. Ces activités numériques sont souvent conçues en deux phases : la première est la manipulation de collections d'objets (jetons, billes, cubes emboîtables, etc.) pour compter, énumérer, dénombrer, cardinaliser, alors que la deuxième phase est consacrée à l'écriture sous forme de codage et de décodage chiffrés, en utilisant entre autres des cartes et des bandes numériques.

Exemples de séquences numériques de 1 à 9

Liliane 

Karim 

Sarah 

Patrick 

Séquences numériques de 1 à 16

Le troisième groupe est formé de 356 enfants qui écrivent la suite des nombres de 1 à 16. Ce groupe représente 46% de la population d'enfants interrogés, c'est-à-dire près de cinq enfants sur dix. Autrement dit, ce sont les réalisations numériques les plus nombreuses. Une grande partie des enfants abandonnent l'écriture des nombres dans la première zone d'irrégularité numérique où il existe un hiatus entre l'oral et l'écrit, à savoir la séquence allant de 10, 11, à 16. Les nombres de onze à seize sont qualifiés de « particuliers » par Seron et al. (1995), Fayol (1990), Sinclair (1988), car ils désignent un nom de nombre tout en s'écrivant avec deux chiffres, sans indication verbale du passage à une nouvelle dizaine. L'élève francophone n'a d'autres critères de pertinence numérique basée sur un nom de nombre que les unités jusqu'à 16.

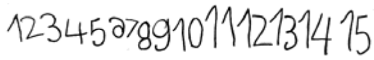
En effet, la compréhension des nombres à deux chiffres après la première dizaine est rendue difficile par la première zone hybride de la suite numérique verbale. Comme nous l'avons signalé, le système numérique oral en français ne procure pas aux enfants la possibilité de différencier entre les unités (de 1 à 9) et les nombres de la première dizaine (de 10 à 16) puisque ceux-ci peuvent être compris comme une suite d'unités orales allant de 1 à 16. Au passage effectif à la dizaine, le système semble continuer à désigner des unités numériques puisque la règle de désignation utilise un nom de nombre pour deux chiffres avant de reprendre deux noms de nombre pour deux chiffres.

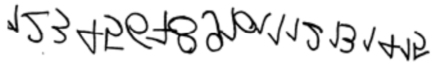
D’après le système oral, le premier passage à la dizaine se situe en effet à *dix-sept*. Le nombre 17 (dix-sept, 10+7 = 17) a un statut particulier au regard de la numération orale. Il représente pour beaucoup d’élèves francophones le premier passage à la dizaine et signifie le changement de la règle d’énumération en référence à la représentation verbale. L’obstacle tient probablement à la compréhension de la règle de récurrence qui *change de statut* à dix-sept : l’énumération des noms de nombres passe alors de n+1 réitéré (un, deux à dix, onze, douze, treize, quatorze, quinze, seize) à 10+n (dix-sept, dix-huit, dix-neuf, vingt et vingt et un…). En somme, la chaîne numérique devient additive *à partir de dix-sept seulement*.

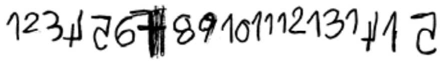
A propos de cette zone d’irrégularité numérique, Fuson (1991, p. 163) relève les problèmes suivants : *« Avant de pouvoir compter des éléments, les enfants doivent apprendre correctement la suite des mots-nombres. Les erreurs commises au cours de cet apprentissage semblent dépendre de la structure de cette suite (verbale). En anglais, les irrégularités des noms de nombres, après dix,* (eleven, twelve, thirteen, fourteen, fifteen, sixteen...) *sont telles qu’elles présupposent les relations régulières qui existent entre les mots-nombres de la première dizaine et ceux de la seconde. C’est pourquoi la plupart des enfants apprennent la suite des nombres jusqu’à vingt comme une liste mécanique de mots sans signification, comme ils le font pour l’alphabet »*. Nous pensons pour notre part que, même s’il y a une acquisition mécanique de 1 à 20, une grande partie des productions écrites repose sur le contrôle sémantique qui infère aussi bien à l’énumération orale qu’à la numération écrite. Ainsi, au début de son acquisition, l’activité écrite exige du sujet un contrôle rigoureux entre l’oral et l’écrit, entre les signifiants verbaux et les signifiés graphiques. Les problèmes observés dans les productions des enfants concernant un tel contrôle sont repérables « aux erreurs », et aux inversions (01, 11, 21, 31, 41… pour 10, 11, etc.), dans les procédures de révisions par le comptage, mais aussi dans les abandons des réalisations dans cette zone. Par contre, une fois que l’acquisition est structurée, les procédures écrites des nombres s’appuient sur un contrôle lié à des démarches « algorithmiques » qui obéissent au comptage, ce que signale Sinclair (1988, p. 95) en ces termes : *« La notation serait alors une symbolisation écrite du comptage conservant toutes les caractéristiques de celui-ci »*.

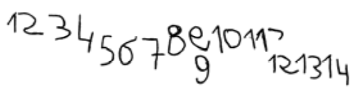
Exemples de séquences numériques de 1 à 16

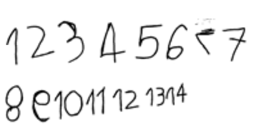
Requel 

André 

Joâo 

Marisa 

Sahana 

Kevin 

Séquences numériques de 1 à 29

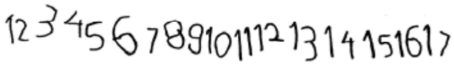
Le quatrième groupe est composé de 124 enfants qui écrivent la suite de nombres de 1 à 29. Dans ce groupe, on peut distinguer deux catégories d'enfants qui réalisent la suite des nombres au-delà de 16. La première est formée de 47 élèves (6%) qui écrivent la suite des nombres de 1 jusqu'à 19. Pour ces élèves, la formulation et le passage au nombre dix-sept ne constituent pas un obstacle après seize (16). En réalisant la suite écrite jusqu'à 19, ils appliquent ainsi la règle de récurrence de 10+n en générant les relations additives (10+1, 10+2 à 10+9) et dépassent l'obstacle constitué par la première zone d'irrégularité de la deuxième dizaine. Toutefois, le passage à la vingtaine représente encore un obstacle, certainement dû à la mise en œuvre d'un nouveau nom de nombre (vingt) ou/et à l'actualisation de la règle de la composition additive (de 19+1 et de 20+n) pour formuler la troisième dizaine. En somme, le passage à la vingtaine et le nouveau nom de nombre (vingt) constituent une difficulté à la poursuite de l'écriture de la chaîne des nombres.

Dans la deuxième catégorie, 77 enfants (10%) écrivent la suite des nombres de 1 jusqu'à 20 et de 20 à 29. Ils amorcent la formulation écrite après dix-neuf en mettant en œuvre la règle de la récurrence du 10+n et du 20+n, c'est-à-dire en formulant les chiffres de la deuxième dizaine depuis vingt, vingt et un, vingt-deux à vingt-neuf. Ils utilisent ainsi avec pertinence la règle de composition additive en réitérant le n+1 (10+n+1) et le 20+ n+1 de la première dizaine et la deuxième dizaine.

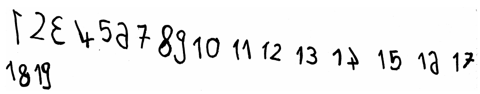
Après 29, on peut penser que la récitation des nombres génère les relations additives, attestant chez l'enfant d'une compréhension de la suite des nombres. Or, son système reste hybride, entre le « tout » additif et le « tout » nom des nombres. Par exemple, on trouve après vingt-neuf : vingt-dix, vingt-onze, vingt-douze, vingt-treize (2010, 2011, 2012, 2013...). Cette démarche confirme bien que l'élève s'appuie sur la régularité des règles additives du système décimal et non plus entièrement sur la suite numérique orale. En reproduisant le 20+10, 20+11, 20+12, 20+13, ces enfants actualisent leur représentation d'une suite additive composée de dizaines, à laquelle ils ajoutent les unités numériques au sens du nom des nombres.

Production écrite de 1 à 19

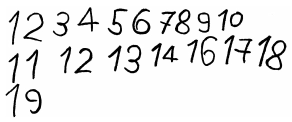
Laurence



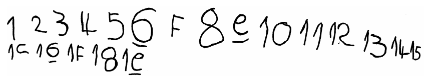
Nadine



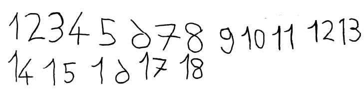
Jean



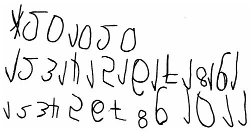
Aurélie

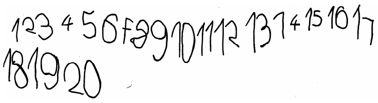


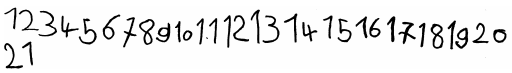
Vincent

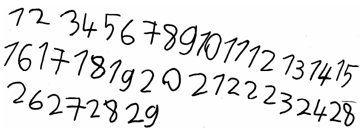


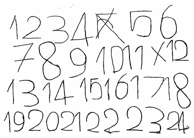
Production écrite de 1 à 29

Bertrand 

Céline 

Daniela 

Vanessa 

Thibaud 

Séquences numériques au-delà de 30

Le cinquième groupe est constitué de 65 enfants (9%) qui formulent la suite écrite des nombres au-delà de vingt-neuf, ce qui représente près d’un enfant sur dix. Les réalisations écrites au-delà de 30 sont souvent interrompues à la demande de l’expérimentateur, suite à la réaction spontanée de l’enfant. Par exemple, il dit *« ça va faire trop long... ! »*. A ce moment-là, l’expérimentateur lui demande d’arrêter l’activité et l’invite à noter certains nombres plus grands que 30.

Dans cette nouvelle phase, l’enfant est ainsi invité à transcrire les nombres (sous forme d’une dictée) avec la consigne suivante : *« Peux-tu écrire les numéros ou les chiffres suivants ? »*. Ce qui est recherché dans cette nouvelle tâche, ce sont principalement les différents passages aux dizaines en fonction du changement de nom des dizaines et leur formulation graphique. C’est également comprendre les règles de composition des nombres à deux ou trois chiffres en dehors de la chaîne numérique.

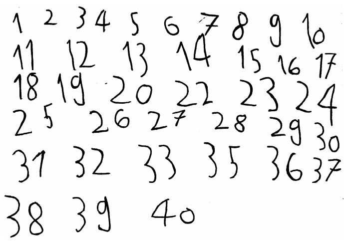
Les passages aux dizaines impliquent de la part de l’enfant une représentation écrite adaptée aux exigences à la fois du processus de la récurrence (10+n) et de la règle de composition écrite (valeur positionnelle) qui lui est liée. Les différents exemples ci-dessous nous permettent d’observer les réalisations des enfants.

> Jean écrit la suite des nombres de 1 à 14, ensuite il prend tout son temps pour formuler les nombres de 14 jusqu’à 29 ; à partir de 29, on lui demande alors d’écrire les nombres sous forme de séquences numériques : 29, 30, 31, 32... 39, 40, 41, 42 ... 49, 50, 51.

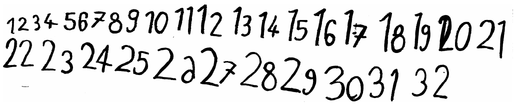
Stéphane formule lentement les nombres de 1 à 22. Après 22, l'expérimentateur l'invite à écrire les nombres suivants : 30, 40, 50, 60 ; il les réalise sans difficulté particulière. Ensuite, il lui demande d'écrire à partir de 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 105 ... 199. Le passage à la centaine et la formulation des nombres à trois chiffres ne lui pose pas de problèmes.

Daniel écrit la suite de 1 à 32, ensuite on lui demande de formuler deux séquences numériques : il écrit la première sans difficulté de 38, 39, 40, 41, 42 ; pour la deuxième, il prend plus temps pour la réaliser : 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102.

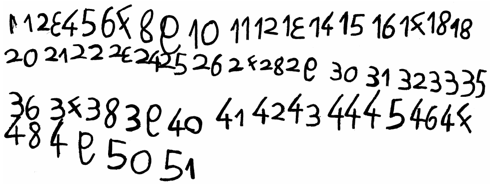
Catia



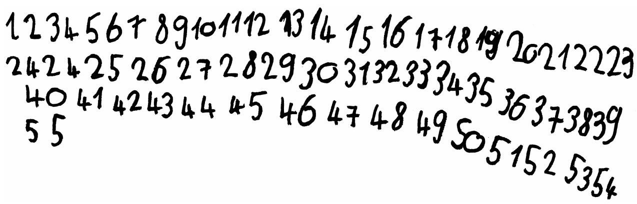
Maud



Sébastien



Vania



Compétences orales et écrites au début de la 1ère primaire

Avant même un enseignement formel (numérique et alphabétique), il apparaît intéressant de noter qu'un certain nombre d'enfants ont déjà bénéficié d'un apprentissage de l'écrit puisque 20% d'entre eux écrivent les nombres au-delà de 20. En outre, sur le plan des connaissances de la lecture alphabétique et dans cette recherche (rapport de recherche OPEC, 1997), les résultats obtenus montrent que 20% des élèves sont déjà lecteurs alors que l'apprentissage proprement dit de la lecture est censé débuter en 1ère primaire.

En fait, les élèves n'entrent pas dans la scolarité obligatoire sans connaissance de nature scolaire. Deux éléments d'explications complémentaires peuvent être avancés : d'abord la très grande majorité des élèves ont fréquenté les premières années de l'école enfantine. On peut raisonnablement dire que même s'il n'y a pas explicitement d'objectifs d'apprentissages scolaires au sens strict durant les deux ans de l'école enfantine, les activités d'entrée dans l'écrit sont entreprises dans les classes. On peut supposer d'autre part que l'apport du milieu social joue un rôle non négligeable dans l'acquisition et la connaissance de l'écrit numérique et alphabétique.

Sous l'angle de l'acquisition, on observe un net *décalage* entre la connaissance de la suite orale et sa formulation écrite : 25% des enfants *écrivent* la suite des nombres au-delà de 20, alors que 67% l'*énumèrent*. Du point de vue développemental, la numération orale est acquise plus tôt que l'écriture des nombres, la langue parlée se construisant bien avant la langue écrite.

En prenant appui sur le contexte social, les situations de quantification passent d'abord de la comptine (récitation du nom des nombres) au comptage et ensuite au dénombrement. Les chercheurs sont unanimes (Baroody & Price, 1983 ; Fuson & Hall, 1983 ; Wagner & Walters, 1982 ; Van Nieuwenhoven, 1999) sur la précocité du comptage oral qui commence autour de deux ans. Rappelons avec Van Nieuwenhoven (1999, p. 47) *« qu'au début, il peut n'être qu'une comptine, une enfilade de sons prononcés sans but apparent (Ginsburg). Mais avec le temps, l'enfant passe de la récitation de la comptine au comptage et au dénombrement d'objets : il utilise alors sa représentation mentale de la suite numérique pour comparer la taille des collections ou celle des nombres ».*

Concernant le nombre écrit, les travaux de Meljac (1978, p. 63) corroborent relativement bien nos résultats sur l'écriture, comme l'indiquent les résultats du tableau ci-dessous à propos de la lecture et l'écriture de la suite des nombres :

TABLEAU III

Lecture et écriture des nombres en fonction de l'âge (en pourcentages d'enfants qui savent lire et écrire le nombre jusqu'à...)

Ages	*Rien*	*5*	*10*	*15*	*20*	*50*	*100*	*Et plus*
4 ans	100							
4;6	Quelques graphies isolées							
5 ans		—						
5;6	50	50	30	20				
6 ans, mat.	8	92	92	32	8			
6 ans, CP		100	80	50	10			
6;6		100	100	80	80	60	10	10
7 ans		100	100	90	73	63	63	27

Ces résultats montrent qu'à 5 ans et demi, seulement 20% des enfants lisent et écrivent les nombres jusqu'à 15. Il faut attendre 7 ans pour que 63% des enfants lisent et écrivent jusqu'à 100. Au sujet du décalage entre les connaissances numériques orales et écrites, les études de Meljac arrivent au même constat que les résultats de ce travail. On peut toutefois supposer qu'au cours de la 1ère année primaire (6 ans), l'écart entre l'oral et l'écrit se réduit, comme l'indique déjà le résultat obtenu auprès de 9% des enfants du cinquième groupe.

Conclusion sur l'écriture des nombres

En ce qui concerne l'invariance graphique, les différentes productions écrites réalisées par les cinq groupes d'enfants témoignent de la stabilité et de l'invariance de la suite numérique acquise. Elle est reconnaissable d'une part au sens de l'écriture de gauche à droite, et d'autre part selon la règle de composition sur l'axe ordinal des entités graphiques (unités et dizaines), guidée par la relation biunivoque entre le nom d'un nombre et une entité chiffrée et par la relation itérative n+1.

Ensuite, nous retenons plus particulièrement la difficulté que constitue la compréhension du système de la numération orale pour l'enfant, notamment lorsqu'il s'agit de la transcrire en production écrite entre 11 et 19. Comme nous avons pu le constater à travers les résultats recueillis, près de cinq enfants sur dix (46%) abandonnent la formulation écrite entre 10, 11 et 16.

Enfin, sur le plan de la numération orale, la chaîne numérique s'acquiert comme une suite d'unités allant de 1 à 16. En résumé, le système numérique verbal comporte donc une double difficulté pour le sujet francophone. L'une tient à la première zone d'irrégularité (un nom de nombre pour écrire deux chiffres) et l'autre tient au passage à la « dizaine » avec le nombre 17 (deux noms de nombre pour écrire deux chiffres).

Séquences et règles de composition : investigation de quelques cas

En fonction des différents problèmes rencontrés par les enfants dans les réalisations écrites, nous avons analysé un certain nombre de productions dans le but de comprendre plus particulièrement les démarches numériques qui les sous-tendent. Quelques productions illustrent les critères sur lesquels les enfants réalisent et opèrent des coupages en séquences numériques « significatives ».

Les démarches sous-jacentes aux productions numériques

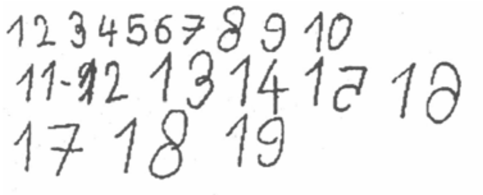
Dans le but d'approfondir les démarches des élèves sous-jacentes à leur production, notre attention a porté particulièrement sur trois éléments : les *passages-clés*, les *interruptions* et les *reprises* dans la formulation écrite de la suite numérique. Pour ce faire, nous nous sommes intéressés notamment aux difficultés constituées par les différents passages aux dizaines et aux règles de composition numériques mises en œuvre par l'enfant.

Les trois premiers exemples illustrent les problèmes rencontrés entre 16 et 17, le quatrième montre qu'une centration sur les passages à la prochaine dizaine entraîne un oubli du dernier nombre de la dizaine précédente.

> Yan réalise trois séquences numériques (fig.1) qui vont de 1 à 10, de 11 à 16 et de 17 à 19. La première comporte l'ensemble des unités numériques (sauf le zéro) en lui associant le nombre dix (sous forme d'un groupement par dix). La seconde est constituée par la première zone d'irrégularité allant de 11 à 16, où l'enfant distingue ainsi les unités des dizaines, les nombres à un chiffre des nombres à deux chiffres. Cette distinction que l'enfant opère est certainement produite en référence à la fois à la spécificité des noms des nombres à deux chiffres (de onze à seize), mais également en référence au code numérique écrit. Par ce découpage en séquences, l'enfant attribue probablement un « statut » particulier aux nombres de la zone hybride (11 à 16). Et enfin, dans la troisième séquence, il amorce une nouvelle séquence de dix-sept à dix-neuf (où il passe d'un nom de nombre à deux chiffres à deux noms de nombres à deux chiffres). Ainsi donc, la

formulation écrite des différentes séquences témoigne du contrôle sémantique qu'il exerce par la numération orale sur son écriture chiffrée.

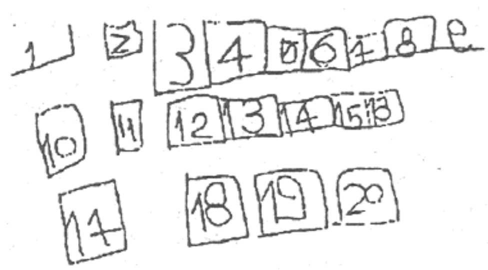
Figure 1 : Production écrite de Yan



Comme pour Yan, David écrit la suite des nombres en trois séquences (fig.2) : de 1 à 9, de 10 à 16 et de 17 à 20. Il distingue clairement la suite des unités de la dizaine et différencie également la zone d'irrégularité numérique constituée par les nombres à deux chiffres (allant de 10 à 16) pour un nom de nombre. David représente deux passages à la « dizaine » par le découpage en séquences numériques de 10 à 11 et de 16 à 17. Il reproduit fidèlement la suite numérique sous forme de cartes chiffrées utilisées dans la tâche précédente de lecture des nombres. Il atteste ainsi de sa compréhension et de sa prise de conscience de l'organisation de la suite écrite en référence à la numération orale.

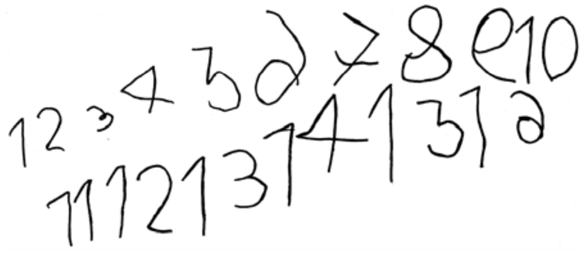
L'expérimentateur lui demande ce qu'il a écrit sur la carte du chiffre 2. Il répond *« je t'ai écrit un ze mais on dit que c'est un 2 »*. Il est intéressant de noter que dans l'histoire de la numération, selon Ifrah (1985, p. 295), au XIV^{e} siècle, la graphie du chiffre 2 était représentée par un Z. C'est seulement au XV^{e} siècle qu'elle prendra la forme actuelle du chiffre 2.

Figure 2 : Production écrite de David



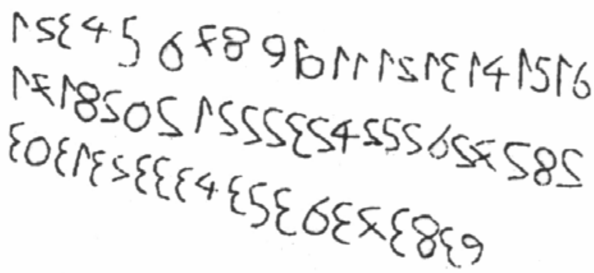
Hélène réalise deux séquences numériques (fig. 3), l'une allant de 1 à 10 et l'autre de 11 à 16. Elle différencie les unités de la première dizaine, et assimile le nombre dix à la séquence. Ensuite, elle formule une deuxième séquence avec le passage à la deuxième dizaine qui s'effectue à 11. Sa production est significative de l'ambiguïté constituée par cette zone d'irrégularité. Elle abandonne finalement son écriture au passage au nombre 17 (10+7) qui constitue probablement pour elle encore un obstacle.

Figure 3 : Production écrite d'Hélène



Philippe écrit également les nombres en réalisant trois séquences qui vont de 1 à 16, de 17 à 28 et de 30 à 39 (fig. 4). Dans la première, il actualise les « unités » de la chaîne orale de 1 à 16. Le passage à la « nouvelle dizaine » est réalisé à 17 (10+7), ce qui nous permet de penser que sa démarche est sans doute guidée par la signification de la numération orale. Ensuite, il formule la seconde séquence qui va de 17 à 29 en oubliant d'écrire l'unité 9 du nombre écrit 29. Il effectue ainsi le passage à la quatrième dizaine en écrivant la séquence numérique allant de 30 à 39.

Figure 4 : Production écrite de Philippe



Comme le souligne Fayol (1990, p. 45), on pourrait penser que très tôt chez l'enfant la chaîne verbale s'organise et se structure autour de la base dix du système numérique. Cette thèse paraît peu probable au regard, d'une part, des irrégularités du système numérique oral en français, et d'autre part, au nombre d'obstacles rencontrés par les apprenants pour différencier entre numération orale et écrite pour structurer le système en base dix. Nos observations et nos résultats montrent que la chaîne verbale est d'abord et pour longtemps organisée autour des activités d'énumération et de comptage comme support à la compréhension. Comme on a pu le constater, l'enfant francophone doit gérer deux systèmes signifiants, l'un écrit et l'autre oral. Le premier repose sur la base dix et le second fonctionne sur une suite d'unités jusqu'à 16 avec le passage à la deuxième dizaine à 17. Ainsi, le système de l'oral et de l'écrit sont loin d'être convergents. L'enfant doit prendre en charge, pour les différencier, une grande partie de la signification qui demeure souvent implicite.

L'orientation graphique des chiffres

L'étude des problèmes d'orientation nous permet d'accéder aux représentations des graphies chiffrées et aux obstacles rencontrés dans leur acquisition. Comme l'a mentionné Perret (1985, p. 47), *« dans notre contexte culturel, l'enfant est amené précocement à s'intéresser aux nombres écrits qu'il rencontre quotidiennement dans son environnement. Sans pouvoir initialement distinguer lettre et chiffre, le jeune enfant s'engage, avec la connivence de l'adulte, dans l'exploration de cet univers de signes qu'il s'agit de discriminer et d'identifier »*. La distinction entre les lettres et les chiffres, rencontrés dans le milieu social, suit un processus qui exige de la part de l'enfant un temps de structuration des codes graphiques relativement long.

L'évolution de la conceptualisation de l'écrit, telle qu'étudiée par Ferreiro (1988, p. 20) laisse apparaître la complexité des acquisitions que l'enfant doit accomplir. L'auteur distingue deux périodes. La première est caractérisée par la recherche de paramètres distinctifs entre les marques graphiques figuratives et non figuratives, la première différenciation étant celle qui sépare les marques iconiques (dessins et images) de toutes les autres. Il est d'ailleurs intéressant d'observer que l'écrit *alphabétique* et *numérique* ne semble être défini, du moins dans ses prémices que *négativement*, c'est-à-dire en contraste au symbolisme figuratif. C'est la période pendant laquelle l'enfant peut parler de lettres et de numéros sans faire encore de distinction entre les deux (écriture alphabétique et numérique). La deuxième période est caractérisée par la construction de modes de différenciation entre les enchaînements de lettres, la conception de l'enfant jouant alternativement sur les axes qualitatifs et quantitatifs (des mots différents doivent utiliser des lettres différentes en nombres variés). Par exemple, à propos de la formulation du singulier et du pluriel d'un mot, Eduardo (6 ans), voulant écrire *chat* (*gato* en espagnol) au singulier écrit *So1* et au pluriel, il écrit la suite de *So1 So1 So1 So1*. L'enfant procède par une qualification singulière pour un chat et une quantification de quatre chats au pluriel. On observe un glissement des lettres aux chiffres.

Les glissements entre les chiffres et les lettres sont nombreux. Ils sont probablement liés à une assimilation[5] déformante reposant sur la proximité logographique entre des entités numériques et alphabétiques. A cet égard, on peut distinguer deux types de problèmes. L'un peut être qualifié d'intra-numérique ; il est lié essentiellement aux chiffres à miroirs et aux inversions dans la composition écrite des nombres. L'autre concerne un problème inter-codes ; il est lié aux relations de proximité graphique entre les chiffres et les lettres. En effet, une certaine proximité logographique entre les chiffres et les lettres, par exemple entre 2 et S ou Z, peut occasionner une surcharge cognitive due à l'apprentissage simultané de deux systèmes graphiques. Les chiffres et les lettres comportent dans leur formulation des courbes, des droites et des orientations graphiques dont la parenté logographique peut paraître comme évidente à l'enfant et donner lieu à des interférences.

Par ailleurs, selon Meljac (1979, p. 64), la fréquence des erreurs d'orientation concerne tout particulièrement les nombres 3, 5, 6, et 9 : *« on retiendra la fréquence des erreurs*

[5] Plus généralement, pour Piaget (1951), le processus d'assimilation déformante est présenté de la manière suivante : *« (…) assimilation de l'objet à l'activité propre (du sujet) et construction de relations en fonction de cette assimilation, d'abord déformante puis peu à peu équilibrée avec une accommodation des schèmes d'assimilation au réel »*. La déformation est déjà une forme d'interprétation du réel, mais sous la pression du milieu social qui sera progressivement suivie d'une accommodation des schèmes.

d'orientation dans les transcriptions des jeunes enfants. Elles se produisent électivement pour les 3, les 5, les 6 et les 9 ». Pour notre part, nous observons des problèmes d'orientation avec des fréquences différentes sur tous les chiffres sauf le 8.

Résultats et analyse de la question des orientations

Dans cette tâche d'écriture des nombres, les productions comportent les problèmes suivants :

– la formulation des chiffres en miroir,

– l'inversion des nombres dans la suite écrite,

– les nombres écrits en miroir avec les inversions.

Nous avons pris la précaution que chaque expérimentateur note systématiquement sous la rubrique adéquate la présence de problèmes d'écriture et ensuite décrive brièvement la nature de ces problèmes. Ceci nous a permis de retourner aux différentes productions d'élèves pour interpréter la nature des difficultés.

Tableau 5 : Résultats concernant les obstacles rencontrés par les enfants

Nature/Productions	Nombre d'enfants	Pourcentages
Miroir	363	47%
Inversion	44	6%
Miroir et inversion	80	10%
Ecriture conventionnelle	289	37%
Total	776	100%

A l'examen des résultats obtenus, nous constatons que près de cinq enfants sur dix (47%) écrivent la suite de nombres avec un ou plusieurs chiffres en miroir, ce qui était prévisible. En revanche, près de quatre enfants sur dix réalisent la suite écrite des nombres sans difficulté d'orientation graphique et d'inversion (37%). D'autre part, un enfant sur dix formule la suite écrite avec des chiffres en miroir et des inversions numériques (10% des enfants interrogés). Et enfin, 6% des enfants réalisent des productions écrites avec uniquement des inversions numériques. En somme, plus de six élèves (63%) sur dix rencontrent des problèmes d'orientation ou d'inversion ou les deux.

Globalement, nous obtenons ainsi 443 productions avec miroir et inversion sur 776. Pour rendre compte des différents problèmes d'orientation graphique rencontrés, nous avons privilégié l'ordre numérique de leur apparition, c'est-à-dire les unités de 1 à 9 (sauf le 0 et le 8 qui a un statut particulier) dans les reproductions. Après dépouillement des résultats et pour des raisons méthodologiques, nous avons analysé la catégorie miroir et inversion avec les productions en miroir. Dans la grande majorité des cas, les inversions numériques concernent les nombres à deux chiffres, question qui fera l'objet d'une analyse à part.

Orientation des chiffres en miroir

En fait, pour avoir une information précise sur les chiffres en *miroir*, nous avons procédé à une étude plus détaillée concernant un échantillon de 207 d'élèves sur les 443, c'est-à-dire près d'un élève sur deux.

Deux analyses complémentaires ont été entreprises pour cerner cette problématique. L'une est consacrée, comme nous pouvons le voir dans le tableau 6, à l'examen des résultats en fonction du nombre d'apparitions par production. L'autre porte plus particulièrement sur l'étude des graphies chiffrées en miroir allant de 1 à 9.

En effet, dans la grille d'entretien, une rubrique a été consacrée aux commentaires sur la nature des miroirs et des inversions ; l'expérimentateur note alors leurs apparitions pour chaque unité. L'échantillon de 207 élèves est ainsi le résultat de commentaires réalisés durant l'entretien sur la nature des chiffres en miroir dans les productions. Pour ce faire, nous avons examiné le nombre d'apparitions des chiffres en miroir pour chaque production. Trois catégories ont été constituées en fonction du nombre d'apparitions : de 1 à 2, de 3 à 4 et de 5 à 6.

Tableau 6 : Résultats concernant de chiffres en miroir par production

Chiffres en miroir	Nombre d'élèves	Pourcentages
1 et 2 apparitions	143	70%
3 et 4 apparitions	47	22%
5 et 6 apparitions	17	8%
Total	207	100%

On constate d'abord que 7 élèves sur 10 (70%) effectuent leur écriture des nombres avec un ou deux chiffres en miroir. Ensuite, plus de 2 élèves sur 10 (22%) réalisent la suite des unités avec trois ou quatre chiffres en miroir. Pour ces catégories d'élèves, les chiffres en miroir portent souvent, comme nous allons le voir, sur la graphie des chiffres 7, 9 ou 3. Et enfin, près d'un élève sur 10 (8%) rencontre passablement de difficultés qui dépendent probablement de la stabilité acquise dans les activités graphomotrices ou/et dans la représentation logographique des chiffres. Ce qui exige de l'enfant la coordination entre l'action écrite et l'image qui la guide. Comme le souligne Zesiger (1995, p. 169) à propos des activités graphomotrices : *« La plupart des auteurs qui se sont intéressés à cette problématique font référence à la grammaire de l'action. Cette expression est employée pour décrire les règles de composition des traits qui sont généralement utilisées dans le dessin (…) Ces règles permettent de prédire la localisation du point de départ (habituellement dans le coin supérieur gauche), l'ordre dans lequel sont effectués les traits (les traits verticaux et obliques sont tracés avant les traits horizontaux) et le sens dans lequel ils sont réalisés (les traits verticaux sont tracés de haut en bas, les traits horizontaux de gauche à droite) »*.

En raison de leurs caractéristiques graphiques, une attention particulière a été portée sur chaque unité chiffrée de 1 à 9, ce qui permet de comprendre la nature des obstacles liés à la formulation de chaque entité graphique. Les résultats du tableau 7 sont analysés à partir des 207 productions d'élèves.

Tableau 7 : Résultats concernant la notation en miroir pour chaque unité

Unités	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Apparitions	60	52	64	30	32	33	102	0	80
Pourcentages	13%	11%	14%	6.5%	7%	7.5%	23%	0%	18%

Pour rendre compte des résultats, nous avons examiné les difficultés graphiques liées à la notation de chaque unité chiffrée.

La notation du chiffre 1

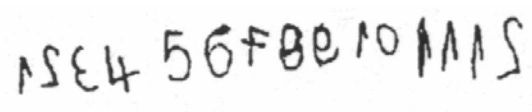
Pour le chiffre 1, 60 enfants formulent le nombre écrit en miroir (13%). Signalons à ce niveau que la grande majorité des élèves ont commencé l'écriture des nombres par le chiffre 1 et non par le 0. Ce dernier apparaît plus tard dans la composition des nombres à dizaines.

Dans le contexte social et d'une manière précoce, les enfants énumèrent la suite des nombres commençant par le nombre 1. Pour les sujets de cet âge, la notion du zéro comme unité numérique est un concept beaucoup trop abstrait pour être conçu spontanément. De plus, il n'a pas de correspondance terme à terme avec la réalité des objets. Néanmoins, sur 776 enfants interrogés, 5 ont amorcé leur écriture par le nombre 0.

En outre, les sujets qui formulent le chiffre 1 en miroir le reproduisent et le généralisent souvent sur la suite des nombres à deux chiffres.

> Emmanuel (fig. 5) commence par écrire le chiffre 1 en miroir et réalise la suite numérique de 1 à 12 en le reproduisant sur les nombres à deux chiffres (le 10, 11 et 12). Il écrit également les chiffres 2, 3, 7 et 9 en miroir. La logographie des chiffres de cette série semble être orientée de la droite vers la gauche. Par proximité aux formes graphiques, les chiffres 7 et 9 sont formulés comme les lettres F et e.

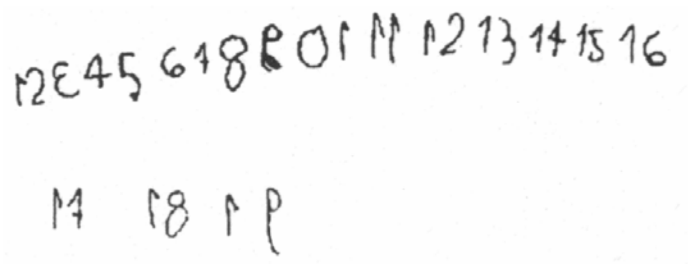
Figure 5 : Production écrite de Emmanuel



> L'orientation des chiffres n'étant pas encore entièrement stabilisée, Sébastien (fig.6) se situe dans une phase intermédiaire. Il écrit ainsi le chiffre 1 en miroir, mais ne généralise pas la procédure à l'ensemble des nombres à dizaines (avec une inversion pour le nombre 10 qui devient 01) puisque les nombres 13, 14, 15 et 16 sont écrits d'une manière conventionnelle. Cependant, il formule le 11, 12, 17, 18 et 19 en miroir, mais également le 3 et 9. Il a encore de la peine par ailleurs à différencier les chiffres 1 et 7. La proximité des formes graphiques lui pose un problème d'orientation. Les deux chiffres sont constitués par deux « bâtons », dont l'orientation et l'image graphique ne sont pas éloignées. Ainsi, la formulation du nombre 17 représente manifestement un « conflit » d'orientation graphique. Pour bien différencier, il utilise un troisième bâton pour le 7 (comme il l'a fait pour le nombre unité 7) et reformule le chiffre 1 en miroir, afin de montrer la différence entre les deux chiffres qui composent le nombre 17.

En réalisant deux séquences numériques (de 1 à 16 et de 17 à 19), Sébastien formule les « unités » allant de 1 à 16, comme nous l'avons déjà observé, et effectue le passage à la dizaine à 17. Il accomplit ainsi la suite écrite en s'appuyant sur l'énumération verbale qui guide en partie la réalisation graphique.

Figure 6 : Production écrite de Sébastien

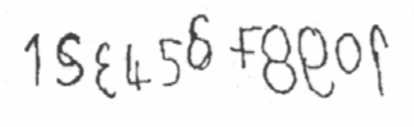


La notation du chiffre 2

Cinquante-deux productions sont formulées avec le chiffre 2 en miroir (11%). Par sa proximité logographique, le chiffre 2 ressemble à la lettre S et Z mais également au chiffre 5. Passablement d'enfants l'écrivent en l'assimilant au S et/ou au Z.

Françoise (fig. 7) réalise la suite de 1 à 10 et écrit le chiffre 2 en miroir dont la formulation graphique est manifestement plus proche de la lettre S que du chiffre 2. En revanche, elle le différencie nettement de la forme graphique du chiffre 5. Françoise formule également les chiffres 2, 3, 7, 9 en miroir et le chiffre 01 de la dizaine en faisant une inversion. Ajoutons que le chiffre 1 de la dizaine est aussi en miroir, ce qui n'est pas le cas pour le nombre 1. Sa production atteste encore d'une instabilité graphique. On peut remarquer également que les graphies des chiffres 3, 7 et 9 indiquent une certaine proximité avec la logographie des lettres E, F et e.

Figure 7 : Production écrite de Françoise



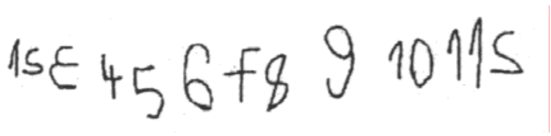
La notation du chiffre 3

Soixante-quatre productions sont réalisées avec le chiffre 3 en miroir (14%). Par sa ressemblance, l'écriture du 3 renvoie à une représentation logographique de la lettre E majuscule avec son ouverture vers la droite.

A cet âge, l'orientation graphique va dépendre en grande partie de la différenciation que l'enfant peut opérer au niveau de la représentation imagée entre les lettres et les chiffres (3 et E), de même qu'entre les chiffres (1 et 7). Les glissements sont souvent le résultat d'une différenciation partielle et d'une assimilation déformante entre lettres et chiffres.

Nicolas réalise une séquence numérique (fig. 8) allant de 1 à 12 et écrit le chiffre 3 en miroir. Cette procédure graphique en miroir est appliquée également aux chiffres 2 et 7 qui peuvent être lus comme des lettres S et F. En outre, dans la suite des nombres de la dizaine, il a de la peine à gérer et à représenter la suite chiffrée de 10 à 12, mais surtout la succession du 11 et 12 qui comporte une suite de trois chiffres où le 1 du milieu « vaut » à la fois pour le 11 et pour le 12. Il abandonne son écriture dans la zone hybride.

Figure 8 : Production écrite de Nicolas



La notation du chiffre 4

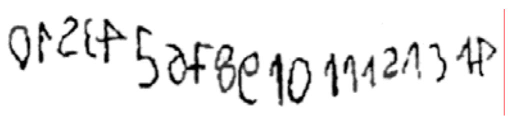
Trente élèves écrivent le nombre 4 en miroir (6,5%). Dans les caractéristiques graphiques de la suite numérique, le chiffre 4 a une graphie relativement unique. Les problèmes graphiques rencontrés par les enfants sont (intra-numériques) plus dus à la proximité des formes graphiques entre chiffres qu'au phénomène inter codes (numérique et alphabétique).

En outre, du point de vue de l'histoire des chiffres, il nous semble intéressant de relater l'évolution et la stabilité du chiffre 4 dans le système numérique arabe, pour indiquer les obstacles et les difficultés rencontrés par les élèves dans leur élaboration graphique des nombres. Durant deux siècles en effet, le chiffre 4 représentait le nombre 5 (Ifrah, 1985).

C'est assez rare à cet âge pour le relever, Max commence son écriture avec le zéro (fig. 9). Sa production écrite témoigne d'une stabilité dans les relations d'ordre de la chaîne numérique (de 0 à 14) en s'arrêtant dans la zone hybride. Cependant, en écrivant les unités en miroir (1, 3, 4, 6, 7, et 9), sa formulation relate encore une instabilité graphique. Il réalise quatre nombres à dizaines sur cinq d'une manière conventionnelle (sauf pour le 14). Il est fort probable que les nombres à deux chiffres exigent de l'enfant une plus grande différenciation graphique entre unité et dizaine, comme pour les distinguer de la suite des unités.

A propos du chiffre 4, la production de Max comporte une similitude de trois formes graphiques constituée par les bâtons verticaux des trois chiffres 1, 7 et 4. Son écriture relate également toute la difficulté de différenciation logographique, présente également pour les chiffres 6 et 9 et pour le 14.

Figure 9 : Production écrite de Max



La notation du chiffre 5

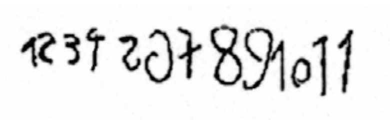
Trente-deux enfants formulent le nombre 5 en miroir (7%). Il convient de signaler qu'il existe une certaine similitude logographique entre le chiffre 5 et 2. La graphie chiffrée du 5 ressemble au S et le chiffre 2 au S en miroir. L'évolution de l'écriture des nombres, selon

Ifrah (1985, p. 295), indique que les deux graphies chiffrées (2 et 5) subiront des nombreuses modifications avant d'arriver à la forme graphique actuelle. C'est seulement au XVIe siècle que la graphie prendra la forme actuelle proche de la lettre S. Entre le XIIe et le XVIe siècle, son évolution passera par la forme graphique du chiffre 4 (XIIIe et XIVe siècle) pour prendre peu à peu la forme qui ressemble à la lettre S. Elle se différencie progressivement de la lettre S pour prendre la forme que nous lui connaissons, c'est-à-dire un angle droit qui va remplacer la courbe du sommet du chiffre 5. Les démarches écrites de certains élèves comportent des caractéristiques graphiques des deux chiffres qui peuvent être d'abord confondues et ensuite seulement différenciées. A propos du 2 et du 5, Sinclair (1988, p. 85) souligne leur approximation : *« Au niveau graphique les formes utilisées dans la notation sont nos chiffres, ou une bonne approximation de ceux-ci ; par exemple en chiffres retournés, 5 ressemble au S, 2 ressemblant à un S renversé, (…) »*.

Pour le chiffre 5, l'écriture en miroir renvoie à la difficulté symbolique de différencier les chiffres 2 et 5 aussi bien que la lettre S.

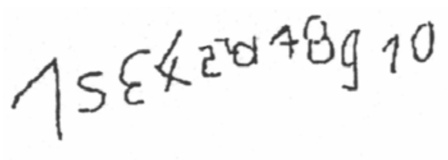
La production de Joâo (fig. 10) nous permet d'observer une similitude graphique entre le 2 et le 5 qui ressemblent à une lettre S en miroir. Cependant, il amorce déjà une différenciation entre les caractéristiques des deux chiffres en noircissant la courbe inférieure du 2 et supérieure du 5.

Figure 10 : Production écrite de Joâo



Avec l'écriture de Mélanie, nous observons une analogie entre les deux graphies (2 et 5) et la difficulté de réalisation des deux formes graphiques (fig. 11). Malgré une réalisation en miroir sur les deux chiffres, elle différencie le 5 du 2 par le tracé des angles de la graphie du 5, alors que la graphie du chiffre 2 est marquée par une courbe.

Figure 11 : Production écrite de Mélanie

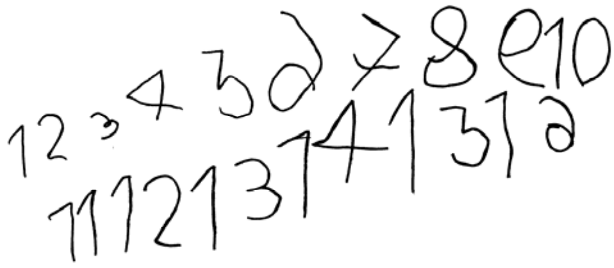


La notation du chiffre 6

Trente-trois élèves le transcrivent en miroir (7,5%). La graphie en miroir du chiffre 6 ressemble à la lettre *a* isolée (la boucle de la graphie est formée à gauche du chiffre). Ces élèves font un glissement entre les lettres et les chiffres, ce phénomène qui est dû certainement à la « bonne gestalt » des deux entités, c'est-à-dire à une représentation graphique globale et non différenciée. Pour l'enfant, cette bonne forme graphique concerne également le chiffre 9 qu'il s'agit de distinguer du 6. D'autre part, les quelques inversions, qu'on peut constater sur les unités, portent sur ces deux chiffres. Ils sont tous les deux formés par deux courbes et deux boucles, l'un a une orientation ouverte à gauche (9) et l'autre à droite (6) avec une symétrie graphique parfaite entre les deux chiffres (6 9).

> Dans sa production, Hélène écrit les deux chiffres 6 (le 6 et 16) proches de la lettre *a* (fig.12). Elle réalise deux séquences : la première va de 1 à 10, et la seconde va de 11 à 16. En formulant uniquement la suite numérique de 1 à 16, on peut faire l'hypothèse que Hélène s'appuie pour l'effectuer sur le contrôle de l'oral. On remarque également qu'elle a encore de la peine à différencier le 5 et le 3, ce qui met en exergue toute la difficulté qu'elle rencontre dans l'orientation des formes et leur formulation graphique (deux courbes superposées pour le 3 et une courbe surmontée de deux barres et deux angles pour le 5). Elle rencontre encore un obstacle d'orientation pour ouvrir l'angle supérieur du chiffre 5 à droite.
>
> On peut faire l'hypothèse qu'avant une structuration des formes, la formulation en miroir est un moyen de différencier les chiffres.

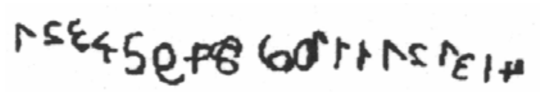
Figure 12 : Production écrite de Hélène



Quelques productions portant sur les nombres 6 et 9 comportent à la fois des chiffres en miroir et en inversion. Le phénomène d'inversion entre ces deux nombres est relativement connu, ce qui est dû à la ressemblance et la symétrie graphique entre les entités chiffrées.

> Pour réaliser sa suite numérique, Xavier ne différencie pas encore entre les deux chiffres (fig. 13). Il inverse la place occupée par les deux chiffres dans la chaîne numérique en écrivant le 9 à la place du 6 et le réalise en miroir (9 ressemblant à la lettre e), ce qui n'est pas le cas du 6. Une autre inversion apparaît sur le nombre 10 qu'il écrit 01 en inversant l'unité et la dizaine. Sauf pour le 10, il conserve la numération de position sur les autres nombres à dizaines tous en les écrivant en miroir.

Figure 13 : Production écrite de Xavier



La notation du chiffre 7

Nous obtenons 102 productions avec le chiffre 7 en miroir (23%). A la lumière des observations et des résultats, le chiffre 7 est celui qui pose le plus de problèmes d'orientation graphique aux élèves de cet âge. Près d'un élève sur quatre rencontre des problèmes d'orientation graphique sur ce nombre. Par sa proximité logographique, l'écriture du 7 est très proche de la lettre F isolée, si bien que le glissement graphique entre les deux est effectué sous forme d'une assimilation déformante. Comme nous l'avons vu, la graphie du chiffre 7 est aussi relativement proche du 1.

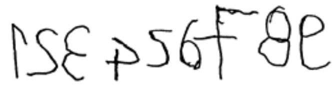
Plus particulièrement, pour écrire le nombre 17, les enfants différencient souvent le chiffre 1 de la dizaine et le 7 de l'unité en écrivant soit deux figures graphiques en symétrie comme dans la production de Sébastien (voir l'écriture du chiffre 17, la production de Sébastien dans la notation du nombre 1), soit comme Marie qui écrit 1F pour 17 (voir dans la notation de Marie du nombre 9).

A noter que selon Ifrah (1985, p. 288), l'évolution entre le XII^e^ et le XIV^e^ siècle est manifeste entre les deux chiffres. Ils connaîtront des changements, passant d'un chiffre proche du 1 actuel pour le 7, pour prendre ensuite la forme graphique du chiffre 7 actuel.

Plus généralement, il semble intéressant d'observer, comme le montrent les travaux d'Ifrah, que les formes graphiques des chiffres connaîtront une lente évolution pour enfin se stabiliser autour du XVI^e^ siècle. Sous certains aspects, cette évolution est semblable à l'échelle ontogénétique du développement et à l'acquisition des systèmes d'écritures chez l'enfant. On notera ainsi de nombreux obstacles (glissements, miroirs, inter codes, inversions, etc.) rencontrés par l'enfant avant une stabilité structurale du système numérique.

Jean (fig. 14) effectue une séquence de 1 à 9 avec les chiffres suivants en miroir : 1, 2, 3, 4, 7 et 9. Dans sa production, la graphie du chiffre 7 ressemble à la lettre F, le 2 à la lettre S, le 3 à la lettre de E et le 9 à la lettre e. L'entrée dans le monde de l'écrit numérique met en exergue la difficulté que l'élève de six ans rencontre pour transcrire et différencier les nombreuses entités écrites (lettres et chiffres) auxquelles il est confronté quotidiennement à l'école.

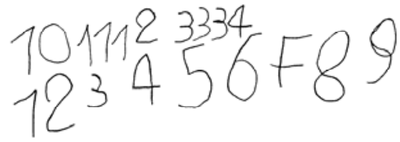
Figure 14 : Production écrite de Jean



Dans la production de Fiona (fig. 15), la seule graphie en miroir est le chiffre 7 ressemblant nettement à la forme imagée de la lettre F. En deux séquences pour réaliser la suite écrite, elle commence par écrire les unités de 1 à 9 et ne passe pas à la ligne suivante, mais continue la seconde séquence au-dessus de la première. Elle effectue le passage à la nouvelle dizaine en réalisant une séquence de 10 à 14. L'enfant laisse un intervalle entre 12 et 33 (13) 34 (14), et marque un temps d'arrêt dans la poursuite de l'écriture, comme si la transcription est saturée par la réalisation des nombres à deux chiffres.

Ce qui prime pour Fiona est probablement la succession des unités correspondant à l'ordre de leur apparition dans la suite des couples à deux chiffres : après 12, vient le 13 et le 3 de l'unité prend la place du 1 de la dizaine, qui est repris pour formuler le 14 (34). On peut dire également que l'élève forme des nombres à deux chiffres 1112 3334 en respectant la suite des unités, en ayant préalablement repéré que la suite des nombres après 9 se réalise en couple à deux chiffres.

Figure 15 : Production écrite de Fiona



La notation du chiffre 8

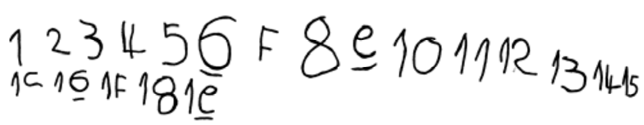
Les caractéristiques graphiques du chiffre 8 ne suggèrent guère de production en miroir. Nous n'avons pas observé dans les productions d'élèves ces phénomènes de glissement entre code alphabétique et code numérique. Cependant, les élèves élaborent le chiffre huit en utilisant deux procédures graphiques différentes : la première est une juxtaposition de deux ronds (ou deux boucles à peine fermées) et la deuxième est la réalisation d'un seul tracé de la double boucle graphique sans lever le crayon.

La notation du chiffre 9

Nous obtenons 80 productions avec le chiffre 9 en miroir (18%). Comme nous l'avons déjà signalé à propos de l'écriture du nombre 6, il y a peu de productions avec des inversions entre le chiffre 9 et le 6. En revanche, les productions en miroir du chiffre 9 sont nombreuses. La ressemblance montre une assez grande parenté logographique entre le chiffre 9 et la lettre e qui est la graphie en miroir du 9. Elle constitue ainsi la deuxième production en miroir après le chiffre 7. Selon Ifrah (1985, p. 295), les formes graphiques des deux nombres 6 et 9 ont peu évolué durant la période médiévale et par la suite. En dépit de leur ressemblance graphique, leurs formes demeureront stables, ce qui sera également le cas pour les chiffres 3 et 8.

> Marie formule et distingue nettement les chiffres 6 et 9 par un trait en bas de chaque graphie (fig. 17). Elle manifeste sa connaissance du statut de chaque chiffre, que la proximité logographique ne laisse pas facilement transparaître. L'enfant reproduit cette même procédure pour les nombres de la première dizaine (16 et 19). Elle formule les chiffres 9 et 7 en miroir avec une forte ressemblance avec la lettre e. Cette assimilation déformante met en évidence la proximité imagée entre les lettres F et e, et les chiffres 7 et 9.

Figure 17 : Production de Marie



En résumé, plus d'un enfant sur deux produit des écritures numériques en miroir. Il s'agit donc d'une assimilation sous forme d'un glissement graphique entre code numérique et alphabétique, ainsi qu'à l'intérieur d'un même code. Ce résultat permet de penser qu'il s'agit là d'une conduite dépendante d'un processus cognitif faisant partie intégrante de l'acquisition des systèmes graphiques. La différenciation n'est réalisée, entre les multiples codes graphiques en vigueur dans le milieu social, que progressivement. Nous pensons que ces glissements sont dus à la proximité graphique des signes (par exemple 1 et 7, 6 et 9 mais aussi entre b, d, q et p), et qu'une telle « indifférenciation » entre schèmes numériques et alphabétiques sur certains signes (par exemple, 9 ressemblant à e, 5 à S, 7 à F, 2 à S, 2 à Z, 3 à E) est momentanée. Plus particulièrement, les productions en miroir peuvent persister sur certaines graphies chiffrées jusqu'à une conceptualisation différenciée des deux codes, numérique et alphabétique.

Les difficultés rencontrées par l'enfant conduisent peu à peu à considérer cette première activité écrite comme une phase de modélisation ou de conceptualisation progressive des écritures.

Notons qu'aucune production écrite recueillie auprès des enfants de 6 ans ne comporte une formulation de nature picturale (dessin), alors que les résultats obtenus par Ferreiro (1988) pouvaient laisser supposer une étape de notation numérique antérieure à celle des chiffres et des lettres. Pourtant, Marti (2000) a montré que pour noter un nombre d'objets à communiquer à un pair, l'enfant reproduit une marque picturale le nombre de fois qu'il est nécessaire.

Ecriture et inversions numériques

Sur l'ensemble de la population interrogée (776 élèves), 124 productions (16%) comportent à la fois des chiffres en miroir et des inversions numériques. Les inversions portent essentiellement sur les nombres à deux chiffres et se situent tout particulièrement au passage à la dizaine (p. ex. 01 pour 10, 21 pour 12 ou encore 31 pour 13, etc.). Comme nous l'avons signalé, nous rencontrons peu d'inversions sur la suite des unités numériques. En effet, la compréhension de la règle de composition additive des nombres à deux chiffres prend ici toute son importance : l'enjeu sémantique repose pour le sujet sur la valeur positionnelle des nombres. Le passage à la dizaine, avec ou sans inversion, témoigne déjà d'une connaissance numérique écrite élaborée de sa part. Une telle connaissance demande l'agencement de chaque entité chiffrée dans la chaîne numérique en s'appuyant progressivement sur les règles additives (n+1) et sur la composition de la valeur positionnelle dans les nombres à deux chiffres.

En outre, les procédures de contrôle du sens reposent en partie sur le comptage, puisque la mise en œuvre écrite des nombres à deux chiffres exige de l'enfant francophone une sorte d'abstraction de la dizaine pour le travail sur les unités de 11 à 16 (10+1 jusqu'à 10+6). Ainsi, la formulation écrite de la suite chiffrée recouvre une forme d'activité planifiée, à la fois d'exécution graphique et d'agencement de symboles dans un espace organisé.

On retiendra cependant que, même si l'enfant peut écrire la suite des petits nombres, cette connaissance ne signifie pas encore que l'enfant de 6 ans a achevé de structurer pour autant la valeur positionnelle des nombres à dizaines, ni même l'écriture positionnelle de la suite numérique. On notera à ce propos qu'on peut confondre notation positionnelle et numération positionnelle. Pour la première, il s'agit des *règles d'écriture* des nombres à plusieurs chiffres (par exemple, quinze s'écrit avec un 1 et un 5 juxtaposés, et le 1 doit être écrit à la gauche du 5). La deuxième expression se réfère à la valeur positionnelle des chiffres (par exemple, dans 15, le 1 représente une dizaine). Bien avant d'avoir saisi le sens de la valeur, les enfants de 5-6 ans savent quand même écrire et reconnaître des nombres plus grand que 9 et les chiffres juxtaposés acquièrent alors une signification globale (le 15 ne signifie pas un 1 et 5, mais bien quinze). Il faut ajouter que la règle d'écriture des nombres obéit à une syntaxe qui repose sur l'ordre des nombres et sur les propriétés additives (n+1 réitéré), mais également sur une certaine compréhension de la valeur positionnelle de la suite des nombres à dizaines (la conservation de l'unité et de la dizaine d'un nombre).

Pour analyser les productions d'enfants, nous avons retenu deux procédures d'inversion dont les conséquences ne sont pas de même nature sur les apprentissages de la syntaxe de l'ordre des nombres et leur valeur positionnelle :

– l'inversion dans la suite des nombres à deux chiffres ;

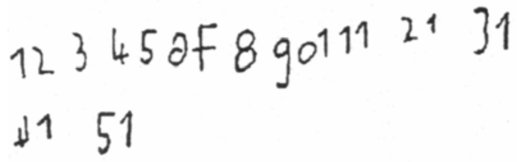
– l'inversion dans le sens de l'écriture des nombres.

Dans la formulation de la *suite des nombres à deux chiffres,* les procédures d'inversion sont nettement plus fréquentes. Nous constatons en effet qu'elles se situent à la fois sur une zone d'irrégularité numérique (de onze à seize) et sur la gestion des nombres à deux chiffres. Ainsi, à partir de l'analyse de nos résultats, nous observons que de nombreux élèves rencontrent des obstacles, particulièrement aux passages aux dizaines. Effectivement, dans l'écriture du nombre 10, le sujet inverse les dizaines et les unités : 01 pour 10, 21 pour 12, 31 pour 13, etc. En revanche, nous avons peu rencontré d'inversions inter-nombres : 10, 12, 11, 13, etc. Comme nous l'avons déjà évoqué dans ce texte, nous supposons qu'un contrôle du sens sur l'ordre des nombres est exercé par l'algorithme du comptage.

Signalons par ailleurs que le nombre 11 a un statut particulier, qui tient certainement à son caractère graphique (deux petits traits verticaux ou deux petits bâtons) constituant ainsi une invariance de la graphie du chiffre. Cependant, il est fréquent d'observer que les sujets qui procèdent à des inversions numériques dans la formulation de la première dizaine, reproduisent cette procédure dans la suite des dizaines. Les productions d'enfants mettent en évidence ces constatations.

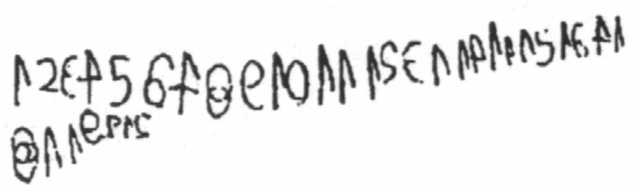
Elodie écrit la suite des unités de 1 à 9 sans inversion, avec le nombre 6 et 7 en miroir (fig. 18). Au passage à la dizaine et dans la zone hybride, elle formule le nombre 10 en écrivant 01 (l'invariance du nombre 11), 21 pour le nombre 12, le 31 pour 13, 41 pour 14 et 51 pour 15. En inversant ainsi les unités et les dizaines, elle effectue également une addition réitérée de n+10 pouvant donner lieu à une relance en situation d'apprentissage sur le thème de la récurrence numérique (ou de la régularité du n+10 du système décimal).

Figure 18 : Production d'Elodie



Fabio réalise la suite des nombres de 1 à 15 en reproduisant les chiffres en miroir sur les unités et les dizaines (fig. 19). Dans sa formulation des nombres à deux chiffres, il effectue une inversion sur le chiffre 13 en écrivant 31 et répète deux fois le nombre 14. Ensuite, il inverse le chiffre 17 et le 18 donnant lieu à 71 et 81. Le passage à la vingtaine lui pose problème. Il saute le chiffre zéro du nombre 20 et inverse la place de l'unité du nombre 21 pour écrire 12. Ainsi, le passage à la vingtaine occasionne une surcharge supplémentaire qui est due à la mise en œuvre d'une nouvelle dizaine. La production de Fabio confirme une stabilité dans l'ordre des nombres jusqu'à 12. Au-delà, il éprouve encore des difficultés liées à la zone d'irrégularité et à la formulation des nombres à deux chiffres.

Figure 19 : Production de Fabio

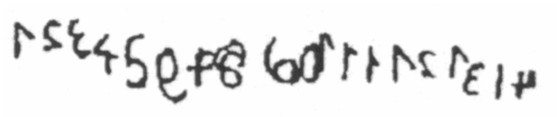


Plus généralement, on observe dans les démarches d'inversions numériques une compréhension de la relation d'ordre qui guide les procédures numériques. L'inversion s'exprime sous forme d'erreurs régulières de type : 01, 11, 21, 31, 41... 02, 12, 22, 32 … etc.

Rappelons que les inversions dans la suite des unités numériques concernent le plus souvent les chiffres 6 et 9. On l'observe dans les hésitations de l'enfant à écrire et dans sa difficulté à les différencier. Pour un certain nombre de sujets, la représentation graphique entre ces deux chiffres n'est donc pas stable. Cependant, elle reste très limitée, cette inversion étant connue des enseignants et faisant rapidement l'objet d'un apprentissage plus systématique.

C'est le cas pour Jacqueline (fig. 20) qui réalise la suite des nombres de 1 à 14 et inverse la place des unités 6 et 9. Elle amorce la zone d'irrégularité avec des inverses sur les nombres 10, 12, 13, et 14 en reproduisant également des chiffres en miroir sur les nombres à dizaines.

Figure 20 : Production de Jacqueline

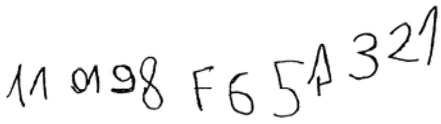


Par ailleurs, l'inversion du *sens* des procédures d'écriture numérique est très rare. L'enfant aborde l'écrit bien avant la 1ère année primaire. Dans le contexte francophone, les procédures d'écriture s'amorcent rapidement de gauche à droite. Cependant, l'école genevoise est confrontée à la diversité culturelle, et on peut penser objectivement que certains élèves allophones amorcent l'écriture des nombres autrement que les enfants francophones. Nous avons observé quelques cas d'inversion du sens de l'écriture, soit une :

– inversion du sens de droite à gauche (écriture arabe) ;
– inversion du sens de haut en bas et de bas en haut (écriture en colonne ou chinoise).

Andréa (fig. 21) écrit la suite des nombres en la commençant à droite sur sa feuille de papier et finit à gauche. Il existe dans cette production une similitude entre la procédure du sujet et l'origine arabe de la numération. En effet, dans le système numérique d'origine, l'écriture des nombres s'écrit de droite à gauche, comme le montre cet exemple. Il réalise le nombre 10 en inversant la position de la dizaine à la place de l'unité 0 ; il écrit également le nombre 4 et 7 en miroir (le chiffre 7 ressemble à la lettre F).

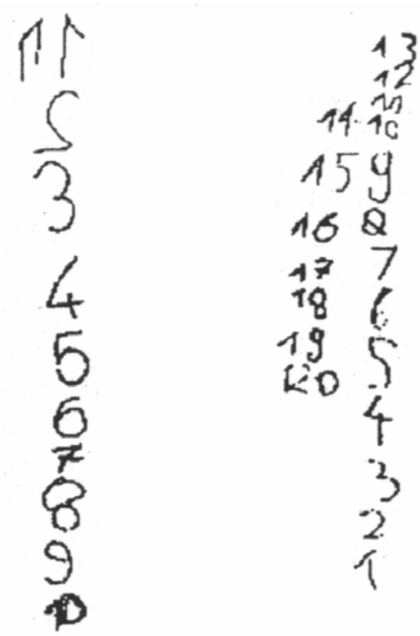
Figure 21 : Productions d'Andréa



L'inversion dans le sens de l'écriture concerne également le haut et le bas. Laure et Maxime (fig. 22) écrivent les nombres en colonne. Laure commence à écrire en haut de la page pour finir en bas sous forme d'une séquence. Alors que Maxime commence par écrire une première colonne de bas en haut (de 1 à 13) de la page. Il réalise ensuite une deuxième colonne en partant de 14 à 20, c'est-à-dire de haut en bas.

Figure 22 : Productions de Laure et de Maxime

Laure Maxime



Discussion

Au terme de ce travail, quatre points peuvent être mis en évidence : le rôle du comptage dans la construction de la lecture et l'écriture des nombres ; la conceptualisation comme moyen réfléchi des relations syntaxiques ; l'intervention du contrôle dans la lecture et l'écriture ; enfin, la question de l'apprentissage et de l'enseignement.

1. Actuellement, on connaît mieux le *rôle du comptage* dans la construction du nombre (Gréco, 1960 ; Droz, 1981 ; Fuson, 1991 ; Conne, 1987) et dans la réalisation des opérations numériques. En revanche, on connaît moins son rôle dans les activités de lecture et d'écriture des nombres. L'énumération comme une connaissance lexicale de noms de nombre n'est pas étrangère également à la conceptualisation du numérique. Pour Meljac (1978, p. 64), *« la suite écrite des nombres constitue ainsi comme une fresque sur laquelle s'ajoute le bon mot de la comptine en correspondance avec le signe figuré. C'est l'ordre qui leur donne la clé, et non point la reconnaissance des symboles un à un ».*

Le comptage serait un des éléments fondateurs de la lecture et de l'écriture des nombres. Comme le souligne Ferreiro (1988), lire et écrire sont des activités qui nécessitent la construction d'une représentation. Ainsi, la construction écrite suppose un changement de système de signifiants et de plan de représentation, exigeant une longue période d'élaboration. L'enfant passe du plan des actions et de la verbalisation au plan de la représentation écrite. Dans la construction de la suite écrite, le processus de transcription n'est pas un simple passage de l'oral à l'écrit, mais il s'agit bien d'une *reconstruction*, c'est-à-dire d'une *nouvelle modélisation* de la suite numérique sur le plan de la représentation écrite. L'activité écrite de l'enfant nous donne accès aux différentes représentations graphiques qui traduisent, comme nous avons pu le constater dans les productions, les différents obstacles et les difficultés inhérentes à la maîtrise de la suite écrite des nombres. Nous pensons pour notre part que les erreurs, les vérifications, les sauts, les chiffres à miroir, les inversions, les obstacles de la zone d'irrégularité, constituent des éléments qui ne se limitent pas à une simple correspondance du bon mot au signe figuré. Comme le rappellent Giroux & Lemoyne (1993, p. 512), *« les codes digitaux et numéraux des nombres sont donc considérés comme des outils symboliques pouvant contribuer à la conceptualisation de l'organisation de la suite numérique et de la signification des éléments de cette suite ».*

2. La conceptualisation quant à elle est une prise de conscience réfléchie des relations en jeu dans la construction écrite de la chaîne numérique. Sinclair (1988, p. 95) l'exprime en ces termes : *« Dès que les chiffres sont utilisés, ils donnent lieu à des productions réfléchies, planifiées et ordonnées ».* La conceptualisation est déjà une activité réflexive sur le système décimal.

Dans le même sens et sur le terrain des apprentissages numériques, El Bouazzaoui (1982, p. 25) rappelle que *« la* modélisation *des nombres permet d'avoir un contrôle syntaxique sur les nombres, où le recours aux collections [d'objets] n'est plus nécessaire. Elle rend possible l'engendrement de n à partir de dix chiffres (de 0 à 9). Le successeur ou le prédécesseur d'un nombre n est obtenu à partir de l'écriture de n... ».* L'aspect *sémantique* est repérable dans la compréhension et la production des nombres écrits et dans le *contrôle progressif* exercé par le sujet sur les règles de productions écrites (contrôle sur la signification du contenu numérique de la tâche). En effet, l'apprentissage de la syntaxe numérique (au sens des règles de composition) repose, entre autres, sur la conceptualisation (modélisation) par l'enfant des propriétés des nombres naturels. Ces propriétés portent à la fois sur trois opérations : les relations *d'inclusion* des classes numériques (la classe 8 est incluse dans la classe 9 qui est incluse dans la classe 10, etc. ; l'inclusion hiérarchisée des classes reposant sur la base dix), les relations *d'ordre* (la sériation de la suite des nombres et les relations de succession dans la série du n+1) et la *valeur positionnelle* des nombres. En d'autres termes, conceptualiser les nombres, c'est se donner les moyens de les représenter par une écriture, au moyen d'un système symbolique. L'activité écrite oriente donc l'enfant progressivement vers la conceptualisation du système numérique en lui permettant de traiter les nombres et les opérations numériques sans passer par les collections d'objets.

3. En outre, l'enfant exerce le *comptage* comme un outil de contrôle, de vérification, dans l'élaboration de la chaîne numérique écrite. En lecture comme en écriture des nombres, nous n'avons pas suffisamment insisté dans nos observations sur le rôle du comptage comme outil de contrôle des règles de composition de la suite des nombres. Il acquiert ainsi un statut d'outil de vérification de la syntaxe numérique. C'est l'hypothèse formulée par Conne (1988, p. 27) et justifiée par les faits numériques observés : *« L'enjeu de l'écriture des nombres est le contrôle par le sujet qu'il a bel et bien écrit le nombre voulu ; c'est encore la lecture correcte du nombre ; ce sont les règles de la numération orale, via le prononcé des écritures, qui vont être traitées à ce niveau de l'apprentissage. Donc écrire pour mieux parler ! »*

Deux types de procédures ont été observés, de vérification et de rappel par comptage. La première concerne l'agencement écrit de la suite des nombres qui est accompagnée souvent par la verbalisation orale des entités numériques ou/et par le comptage sur les doigts. La deuxième procédure est un rappel verbal en mémoire du nom du nombre en partant de 1 pour reconstituer et continuer la suite écrite des nombres. Par exemple, pour trouver le successeur de 19, le sujet récite la comptine pour actualiser le nom du nombre vingt.

4. En dernier ressort, la question de la connaissance de la régularité et de l'invariance de la suite écrite des nombres est un problème crucial dans les situations d'apprentissage et d'enseignement. Comment peut-on proposer aux enfants des tâches numériques portant sur l'acquisition du nombre et son écriture sans se préoccuper des connaissances antérieures du sujet ? La régularité et la permanence dans les démarches d'écriture et de lecture des nombres sont à ce titre capitales pour envisager des situations d'apprentissage en rapport au « sujet réel ».

La régularité des séquences numériques atteste de l'invariance de la suite écrite des nombres. Ainsi, elle est reconnaissable, d'une part, au sens de l'écriture de gauche à droite et, d'autre part, à la règle de composition sur l'axe ordinal des entités graphiques (unités et dizaines), guidée par la relation biunivoque entre le nom d'un nombre et l'entité chiffrée et entre la relation transitive n+1.

Les différentes productions réalisées par les cinq groupes d'enfants témoignent de la stabilité et de l'invariance de la suite numérique, mais également des connaissances au début de la 1ère primaire. Pour la compréhension comme pour la production écrite entre 11 et 19, nous retenons plus particulièrement la difficulté que constitue le système de la numération orale pour l'enfant puisque près d'un enfant sur deux abandonne la formulation écrite entre 10, 11 et 16.

En bref, les résultats dont il est fait état dans cette étude indiquent que les démarches de lecture et d'écriture numériques à 5-6 ans attestent d'un glissement entre les deux codes graphiques, numérique et alphabétique, glissement lié à la proximité logographique entre les lettres et les chiffres. Il s'agit d'une assimilation déformante sous forme d'un glissement graphique entre codes numérique et alphabétique et à l'intérieur d'un même code.

Effectivement, l'appropriation des deux codes graphiques confirme une charge cognitive coûteuse pour le jeune l'enfant, d'autant plus que la gestion entre ces différents codes est souvent à sa charge. Toutefois, ce problème suppose l'élaboration de tâches qui tiennent compte de la complexité des variables en jeu dans la situation d'apprentissage afin de diminuer la surcharge cognitive pour le sujet. Les écritures des chiffres en miroir font partie du processus d'acquisition des systèmes graphiques et les différentes inversions, quant à elles, témoignent des obstacles cognitifs rencontrés par les enfants dans la compréhension de la valeur positionnelle des nombres écrits, mais aussi de la nature du système numérique hybride en français. Si l'enseignement doit aider l'enfant à dépasser les difficultés de ce système, il peut le faire qu'en connaissance de cause.

Références bibliographiques

Baroody A.J., Procédures et principes de comptages : leur développement avant l'école. In J. Bideau, Cl. Meljac et J.P. Ficher (Eds), *Les chemins du nombre,* Lille, Presses Universitaires de Lille, 1991.

Baruk S., *Dictionnaire des mathématiques,* Paris, Editions du Seuil, 1992.

Bastien-Toniazzo M., Bastien C., Bouchafa H. & Magnan A., L'apprentissage de la correspondance grapho-phonologique en français, Communication orale, Congrès International de psychologie, Montréal - Canada, 1996.

Bideau J., La genèse du nombre : Les chemins du nombre. In J. Bideau, Cl. Meljac et J. P. Ficher (Eds), *Les chemins du nombre,* Lille, Presse Universitaires de Lille, 1991.

Brissiaud R., *Comment les enfants apprennent à calculer*, Paris, Retz, 1989.

Carpenter T. P, Moser J. M. & Romberg T., *Addition and subtraction : A cognitive perspective*. Hillsdale, N. J. : Erlbaum, 1982.

Cerquetti-Aberkane F. & Berdonneau C., *Enseigner les mathématiques à la maternelle*, Paris, Hachette éducation, 1994.

Conne F., Entre comptage et calcul, Genève, *Math/Ecole, 130*, 1987.

Conne F., Numérisation de la suite des nombres et faits numériques, Genève, *Math/Ecole, 132*, 1988.

Dasen P., L'arithmétique au quotidien et l'arithmétique scolaire, *Résonance,* 1990.

Droz R. & Rahmy M., *Lire Piaget,* Bruxelles, Charles Dessart, 1972.

Droz R., Le comptage et la procédure « (+1) -itéré » dans l'exploration intuitive de l'addition, *Revue Suisse de Psychologie, 40,* 219-237, 1981.

Droz R., Les multiples racines des nombres naturels et leurs multiples interprétations. In J. Bideau, Cl. Meljac et J. P. Ficher (Eds), *Les chemins du nombre,* Lille, Presses Universitaires de Lille, 1991.

El Bouazzaoui H., Thèse de doctorat de 3^{e} cycle, *Etude de situations scolaires des premiers enseignements du nombre et de la numération*, Université de Bordeaux 1, 1982.

Ermel, *Apprentissages numériques,* Paris, Hatier-Enseignants, 1990.

Fayol M. & Gombert J. E, Le retour de l'auteur sur son texte : Bilan provisoire des recherches psycholinguistiques, *Repères, 73*, INRP, 1987.

Fayol M., *L'enfant et le nombre*, Neuchâtel-Paris, Delachaux & Niestlé, 1990.

Ferreiro E., 1988, L'écriture avant la lettre. In H. Sinclair (Ed.) *La production de la notation chez le jeune enfant,* Paris, PUF, 1988.

Flower J. S. & Hayer J. R., A cognitive process theory writing, *College Compositionand Communication, 32,* 365-387, 1981.

Fuson K. & Kwon Y., Developing mathematical knowledge, *American Psychologist, 44,* 162-169, 1989.

Fuson K., Relations entre comptage et cardinalité chez les enfants de 2 à 8 ans. In J. Bideau, Cl. Meljac et J. P. Ficher (Eds), *Les chemins du nombre,* Lille, Presses Universitaires de Lille, 1991.

Gelman R. & Meck E., Premiers principes et conceptions du nombre. In J. Bideau, Cl. Meljac et J. P. Ficher (Eds), *Les chemins du nombre,* Lille, Presses Universitaires de Lille, 1991.

Giroux J. et Lemoyne G., La construction des connaissances sur les codes numéraux et digitaux des nombres : un processus de coordination de connaissances multiples, *Revue des sciences de l'éducation, Vol. XIX, 3*, 511-535, 1993.

Girodet M. A., *L'influence des cultures sur les pratiques quotidiennes de calcul*, Paris, Didier, 1996.

Gréco P., Recherches sur quelques formes d'inférences arithmétiques et sur la compréhension de l'itération numérique chez l'enfant. In P. Gréco, J. B. Griz, S. Papert et J. Piaget (Eds), *Problème de la construction du nombre*, Paris, PUF, 1960.

Gréco P. & Morf A., *Structures numériques élémentaires*, Paris, PUF, 1960.

Grégoire J., Quelle démarche d'évaluation diagnostique des troubles d'apprentissage en mathématique ?,. In J. Grégoire (Ed.), *Evaluer les apprentissages*. Paris, Bruxelles, De Boeck & Larcier, 1996.

Ifrah G., *Les chiffres ou l'histoire d'une grande invention*, Paris, Robert Laffont, 1985.

Inhelder B. & Cellérier G., *Le cheminement des découvertes de l'enfant*, Neuchâtel-Paris, Delachaux & Niestlé, 1992.

Jaffré J. P., Invention et acquisition de l'écriture : Eléments d'une linguistique génétique, *Linx*, *31*, 49-64, 1995.

Marti E., Teberosky A. & Garcia-Mila M., Production et utilisation de notations chez les enfants de 4 à 7 ans. In M. Almgren, A. Barrena, M. J. Ezeizaberrena, I. Idiazabal & B. Macwhinney (Eds), *Proceedings of the 8th conference of the international association for the study of child language-somerville*, MA. : Casacdilla Press, 2001.

Meljac Cl., De quelques variantes imprévues apportées au scénario de la construction du nombre. In J. Bideau, Cl. Meljac et J. P. Ficher (Eds), *Les chemins du nombre,* Lille, Presses Universitaires de Lille, 1991.

Meljac Cl., *Décrire, agir et compter*, Paris, PUF, 1979.

Perret J. F., *Comprendre l'écriture des nombres*, Berne-Francfort, Peter Lang, 1985.

Piaget J. & Szeminska A., *La genèse du nombre chez l'enfant*, Neuchâtel, Delachaux & Niestlé, 1941.

Piaget J., *La formation du symbole chez l'enfant*, Neuchâtel, Delachaux & Niestlé, 1945.

Piaget, J., *Introduction à l'épistémologie génétique, II, La pensée physique*. PUF, Paris, 1951.

Piaget J., *Réussir et comprendre*, Paris, 1974.

Piaget J. & Inhelder B., *La psychologie de l'enfant*, PUF, 1966.

Resnick L. B., Developing mathematical knowledge, *American Psychologist, 44,* 162-169, 1989.

Saada-Robert M. & Akerman-Valladao E., Le développement cognitif et la psychologie génétique : Piaget. In J. Mathieu & R. Thomas (Eds) *Manuel de psychologie,* Vigot, 1985.

Seron X., Deloche G. & Noël M. P., Un transcodage des nombres chez l'enfant : la production des chiffres sous dictée. In J. Bideau & al. (Eds) *Les chemins du nombre*, Lille, Presses Universitaires de Lille, 1991.

Seron X., Van Lil M. et Noël M. P., Lecture de numéraux arabes chez des enfants en 1ère et en 2e primaires : Recherche exploratoire, Genève, *Archives de Psychologie, 63*, 269-300, 1995.

Sinclair A., Tièche C. & Garin A., Comment l'enfant interprète-t-il les nombres écrits à plusieurs chiffres ? In M. Artigue (Ed.), *Vingt ans de didactique des mathématiques en France.* Pensée Sauvage, 1994.

Sinclair A., Mello D. et Siegrist F., La notation numérique chez l'enfant. In H. Sinclair (Ed.) *La production de la notation chez le jeune enfant* , Paris, PUF, 1988.

Sinclair H., Bamberger J., Ferrerio E., Frey-Streiff M. et Sinclair A., *La production de notations chez le jeune enfant*, Paris, PUF, 1988.

Van Nieuwenhoven C., *Le comptage*, Paris-Bruxelles, De Boeck, 1999.

Vergnaud G. & Laborde C., Théorie et concepts fondamentaux. In G. Vergnaud (Ed.) *Apprentissages et didactiques, où en est-on ?*, Paris, Hachette Education, 1994.

Vergnaud G., *L'enfant, la mathématique et la réalité,* Berne-Francfort, Peter Lang, 1981.

Vergnaud G., *On n'a jamais fini de relire Vygotski et Piaget.* In Y. Clot (Ed.) : *Avec Vygotski*, La Dispute, 1998.

Vilette B., *Le développement de la quantification chez l'enfant,* Paris, Presses Universitaires du Septentrion, 1996.

Zesiger P., *Ecrire*, PUF, Paris, 1995.